

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»
МЕХАНІКО-МАШИНОБУДІВНИЙ ІНСТИТУТ
КАФЕДРА ДИНАМІКИ І МІЦНОСТІ МАШИН ТА ОПОРУ МАТЕРІАЛІВ**

«На правах рукопису»
УДК _____

«До захисту допущено»
Завідувач кафедри
_____ Сергій ПИСКУНОВ
«__» _____ 2020 р.

**Магістерська дисертація
на здобуття ступеня магістра
за освітньо-професійною програмою «Динаміка і міцність машин»
зі спеціальності 131 «Прикладна механіка»
на тему: «Чисельні дослідження характеристик контактних напружень у
лопатковому замку типу "ластівчин хвіст" диска ТРД»**

Виконав :
студент VI курсу, групи МП-92мп
Зейдліц Дмитро Вікторович _____

Керівник:
д.т.н., проф. Рудаков К.М. _____

Рецензент:
д.т.н., проф.
Данильченко Ю.М. _____

Засвідчую, що у цій магістерській дисертації
немає запозичень з праць інших авторів без
відповідних посилань.
Студент _____

Київ – 2020 року

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Механіко-машинобудівний інститут
Кафедра динаміки і міцності машин та опору матеріалів

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність – 131 «Прикладна механіка»

Освітньо-професійна програма – «Динаміка і міцність машин»

ЗАТВЕРДЖУЮ

Завідувач кафедри

_____ Сергій ПИСКУНОВ

«___» _____ 2020 р.

ЗАВДАННЯ
на магістерську дисертацію студенту
Зейдліцу Дмитру Вікторовичу

1. Тема дисертації «Чисельні дослідження характеристик контактних напружень у лопатковому замку типу "ластівчин хвіст" диска ТРД», науковий керівник дисертації д.т.н., проф. Рудаков К.М. затверджені наказом по університету від «_____» 2020 р. № _____
2. Термін подання студентом дисертації: 10.12.2020 р.
3. Об'єкт дослідження: облопачений диск двигуна Д-436-148.
4. Предмет дослідження: характеристик контактних напружень у лопатковому замку типу "ластівчин хвіст" диска ТРД.
5. Перелік завдань, які потрібно розробити:
 - 1) Створити геометричні моделі диска та лопатки ТРД;
 - 2) Розробити методику створення тривимірної скінченно-елементної сітки диска ТРД з урахуванням циклічної симетрії його конструкції, реальної геометрії та умов навантаження;
 - 3) Розробити спосіб та засіб (програму) для швидкого введення умов циклічної симетрії диска ТРД;
 - 4) Шляхом проведення розрахунків показати працездатність та ефективність розробленої методики розрахунків дисків газотурбінних двигунів методом скінченних елементів у тривимірній постановці;
 - 5) Провести чисельні дослідження характеристик контактних напружень у лопатковому замку типу "ластівчин хвіст" диска ТРД.

6. Орієнтовний перелік графічного (ілюстративного) матеріалу – 15 і більше.
7. Орієнтовний перелік публікацій – 1 і більше.
8. Дата видачі завдання: 01.09.2020 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1	Аналіз літератури	01.09.20 - 19.09.20	
2	Побудова геометрії і скінченно-елементної сітки.	20.09.20 – 09.10.20	
3	Прикладення термо-силових навантажень, робота над помилками.	10.10.20 – 31.10.20	
4	Обробка отриманих результатів, порівняння результатів моделювання і експериментальних.	02.11.20 – 24.11.20	
5	Стартап-проект та висновки	25.11.20 – 10.12.20	

Студент _____

Дмитро ЗЕЙДЛІЦ

Науковий керівник _____

Костянтин РУДАКОВ

Зміст

Вступ	5
1. Постановка і метод вирішення крайової задачі теплопровідності	11
1.1. Постановка крайової задачі теплопровідності	11
1.2. Постановка крайової контактної задачі теплопровідності	14
1.3. Метод вирішення крайової задачі теплопровідності	14
2. Постановка і метод вирішення крайових задач про напружено-деформований стан тіла.	19
2.1. Постановка крайової задачі термопружності.	19
2.2. Постановка крайової контактної задачі термопружності.	21
2.3. Скінченно-елементний алгоритм розрахунку задачі напружено-деформованого стану тіла.	24
3. Розрахункова схема.	29
4. Створення геометричної моделі.	36
5. Створення скінченно елементної моделі	53
6. Створення програми для задання умов циклічної симетрії.	77
7. Розроблення стартап проекту.	85
8. Результати розрахунків, висновки і рекомендації.	98
Список використаної літератури	101

Вступ

Сучасний розвиток науки і техніки висуває перед інженерами завдання підвищення темпів нових розробок, підвищення надійності і довговічності машин і конструкцій, що працюють в складних умовах експлуатації. Це вимагає проведення масових розрахунків, і вказує на необхідність застосування чисельних методів.

В даному дослідженні розглядається методика проведення аналізу теплового і напружено-деформованого стану (НДС) облопаченого компресорного диска газотурбінного двигуна (ТРД).

Диск компресора (разом з лопатками) прогривається або охолоджується (в залежності від зміни температури засмоктуваного повітря), а також швидко обертається, і за допомогою лопаток створює потік стисненого повітря для турбіни. Тому в диску і лопатках виникають температурні деформації (що формують "температурні" напруги), викликані зміною температурного поля; масові (інерційні) сили від швидкого обертання, а також згинальні зусилля від пульсуючого тиску повітря на лопатки, які врівноважуються переданим від турбіни (через систему вал-редуктор) крутним моментом.

Диск і лопатки мають складну геометричну форму. Зрозуміло, що складні розрахунки неможливі без застосування ЕОМ. На даний час вже розроблено багато програм, які використовують метод скінченних елементів для обчислення теплового стану (ТС) і НДС конструкцій.

У своїй роботі ми використовуємо пакет програм FEMAP 11.4.2 з вбудованим процесором NX / NASTRAN. Цей комплекс програм дозволяє проводити необхідне геометричне моделювання, створювати скінченно-

елементні моделі, формулювати початкові і граничні умови, проводити розрахунки, використовуючи метод скінченних елементів (МСЕ), переглядати, аналізувати і документувати результати розрахунків в табличній формі або у вигляді графіків, малюнків.

Незважаючи на наявність спеціалізованих і універсальних пакетів прикладних програм, в яких реалізовані найсучасніші ідеї підготовки та проведення скінченно-елементних розрахунків, в практиці розрахунків неминучі різні методичні труднощі.

Зокрема, завжди є обмежені потужності ЕОМ, що змушує шукати альтернативні шляхи. На цих альтернативних шляхах зустрічаються різні проблеми, дві з яких були виявлені при виконанні даної роботи і були успішно подолані шляхом застосування комбінованих рішень і новоствореної програми.

Тим самим підтверджується актуальність даної роботи: її результати сприяють значному підвищенню продуктивності праці при проведенні скінченно-елементних розрахунків відповідальних елементів ТРД.

Коротко охарактеризуємо конструкцію ТРД. Кілька дисків ТРД методом зварювання збираються в ротори, які складають окрему частину компресора (або турбіни). У ТРД зазвичай є кілька ступенів компресора (і турбіни теж). Ротори окремих ступенів пов'язані один з одним за допомогою редуктора. Частина потужності турбіни "відбирається" і через редуктор передається на компресор. Турбіна обертається під дією газового потоку від згорілого палива. Призначення компресора - створити потужний потік повітря, необхідного для згорання палива.

У проточної частини компресора ТРД, крім обертових роторів з дисками, що несуть на собі лопатки, ще розташовані стаціонарні лопатки, які не дозволяють потоку повітря закручуватися. Зовні ТРД має несучий корпус

у вигляді тіла обертання, який кріпиться до літака. Заодно він несе на собі допоміжні агрегати: насоси, трубопроводи, стартер, систему управління і ін.

Головне завдання при конструюванні ТРД - створити максимально можливу тягу двигуна при мінімально можливій його вазі, маючи при цьому високу надійність.

Оскільки диски ТРД обертаються з великою швидкістю, в дисках і лопатках створюються напруги високих рівнів, які додатково збільшуються в місцях концентрації напружень. Саме тому в світі є величезна кількість публікацій, присвячених дослідженню напружено-деформованого стану дисків і лопаток ТРД, наприклад, [1 ... 10]. Регулярно проводилися в СРСР і проводяться зараз в Україні, СНД та інших країнах, що мають замкнутий цикл проектування і виробництва авіадвигунів, наради, науково-технічні конференції, симпозіуми і конгреси, наприклад:

- всесоюзні наукові наради з проблем міцності двигунів (Москва, Куйбишев, Ленінград, Перм, Уфа і ін.);

- щорічні міжнародні конференції "Науково-технічні проблеми прогнозування надійності і довговічності конструкцій і методи їх вирішення" (Санкт-Петербурзький державний політехнічний університет);

- науково-технічні конгреси з двигунобудування (НТКД);

- міжнародні науково-технічні конференції "Ресурс" (Київ, Харків, Запоріжжя, Дніпропетровськ).

Однією з проблем, яка постійно розглядається в публікаціях, є проблема розрахунку напружено-деформованого стану диска ТРД в максимально точній постановці: геометрія, контактні умови термосилового навантаження.

Основною проблемою при цьому є обмежені ресурси ЕОМ. Ще одна проблема - пакети програм, що застосовуються при розрахунках, не завжди дозволяють створити бажану скінченно-елементну модель, вирішувати крайові задачі потрібних типів. Наприклад, до цих пір не розроблений і не реалізований алгоритм вирішення задачі про власні частоти і форми коливань тіл в контактній взаємодії.

Коротко опишемо метод Гальоркіна (метод зважених нев'язок) застосований в процесорі NX / NASTRAN.

Метод зважених нев'язок фактично є методом Петрова, який розробив його в 1938 ... 1940 роках (Георгій Іванович Петров, 1912-1987 рр.) [11 ... 14]. Ще його називають методом моментів при особливому виборі вагових векторів, а також методом Гальоркіна-Петрова і навіть просто Гальоркіна, оскільки метод Гальоркіна фактично є окремим випадком методу Петрова. Далі будемо називати його методом зважених нев'язок (МВН), оскільки саме таку назву найчастіше застосовують у світовій літературі.

Відповідно до цього методу, наближене рішення задачі, наприклад, стаціонарної

$$L(\vec{u}) = \vec{f} \quad \text{в } \Omega \quad (1)$$

с граничними умовами

$$M(\vec{u}) = \vec{g} \quad \text{на } S, \quad (2)$$

де $\vec{u} = \vec{u}(\vec{x}) \in D(L) \subset X$; X – частина гільбертового простору H ; L и M – просторові оператори, шукані з умови, що

$$\int_{\Omega} \vec{R}_{\Omega} \vec{w}_j d\Omega = 0 \quad \text{или} \quad \int_{\Omega} \vec{R}_{\Omega} \vec{w}_j d\Omega + \int_S \vec{R}_S \vec{w}_j dS = 0; \quad j = 1, 2, \dots, J, \quad (3)$$

де $\vec{w}_j(\vec{x})$, $\vec{\tilde{w}}_j(\vec{x})$ – повні по енергії системи вагових векторів, причому ці системи в загальному випадку можуть бути незалежними; \vec{R}_Ω и \vec{R}_S – вектори нев'язок всередині області і на її поверхні відповідно:

$$\vec{R}_\Omega(\vec{x}) = L(\vec{u}) - \vec{f}; \quad \vec{R}_S(\vec{x}) = M(\vec{u}) - \vec{\hat{g}}, \quad (4)$$

причому вектор $\vec{u}(\vec{x})$ апроксимується послідовністю

$$\vec{u}_0(\vec{x}) \approx \vec{u}(\vec{x}) = \sum_{i=1}^J c_i(t) \vec{\varphi}_i(\vec{x}), \quad (5)$$

де $c_i(t)$ – функції часу, які необхідно знайти.

Рівність нулю виразів (3) відображає загальну вимогу прямування $\vec{u}(\vec{x}) \rightarrow \vec{u}_0(\vec{x})$ при $J \rightarrow \infty$.

Доведена теорема, що при наявності необхідних похідних від $\vec{\psi}$ и $\vec{\varphi}_i$ при умові $J \rightarrow \infty$ вектор $\vec{u}(\vec{x}) \rightarrow \vec{u}_0(\vec{x})$.

Г.И. Петров виходив з фундаментальної теореми про проєкції, згідно з якою для кожного вектора $\vec{u}(\vec{x}) \in \Omega \subset H$, де Ω є замкнутим простором, існує лише один вектор $\vec{u}^*(\vec{x}) \in \Omega$ такий, що

$$\|\vec{u}(\vec{x}) - \vec{u}^*(\vec{x})\| < \|\vec{u}(\vec{x}) - \vec{u}^\#(\vec{x})\|, \quad (6)$$

де вектор $\vec{u}^\#(\vec{x})$ – будь-який інший (не $\vec{u}^*(\vec{x})$). Необхідною і достатньою умовою виконання цієї нерівності є ортогональність вектора

$\vec{u}(\vec{x}) - \vec{u}^*(\vec{x})$ будь-якому вектору $\vec{w}(\vec{x}) \in \Omega$.

Ця теорема не накладає ніяких вимог на оператори крайової задачі щодо лінійності / нелінійності або залежності / незалежності від часу, тому МВН (Петрова, Гальоркіна-Петрова) універсальний.

МВН дає більшу свободу для вибору вагових векторів \vec{w}_j, \tilde{w}_j . Обов'язкові умови лише такі: це повинні бути повні по енергії лінійно незалежні системи. Найбільш вдалим варіантом є рекомендація І.Г. Бубнова (1872-1919 рр.) використовувати в ролі вагових векторів саме базисні вектори. У цьому випадку вдається отримувати системи алгебраїчних рівнянь (САР) з симетричними матрицями, що значно економить ресурси ЕОМ [11 ... 14].

Якщо крайова задача може бути сформульована у вигляді якогось варіаційного принципу, то цей принцип теж можна застосовувати для вирішення завдання. Наприклад, варіаційний принцип Лагранжа, який справедливий для всіх (лінійних і нелінійних) крайових задач про напружено-деформірованном стані (НДС), є основою для побудови методів розв'язання відповідних крайових задач та теж використовується при формуванні САУ при вирішенні крайових задач про НДС тел [11 ... 14].

Робота виконана в інтересах ЗМКБ "Прогрес" ім. А.Г. Івченко.

1. Постановка і метод вирішення крайової задачі теплопровідності

У роботі вирішуються завдання моделювання теплового і напружено-деформованого стану диска і лопаток ТРД, тобто задачі стаціонарної теплопровідності та термопружності. Результати - поля температур, переміщень, деформацій, напружень та інші похідні від перелічених величини. Все це використовується для прогнозу міцності і деформаційних характеристик диска і лопаток ТРД.

Сформулюємо постановку цих завдань і методи їх вирішення. Для цього з самого початку вважаємо, що розглядається тіло об'ємом Ω , обмежене поверхнею S ; застосовуються лагранжеві координати; фізичні величини: напруги, деформації, зусилля, переміщення розглядаються в декартовій системі координат (ДСК); матеріал вважається ізотропним, деформації - малими.

1.1. Постановка крайової задачі теплопровідності

Використовуємо рівняння закону збереження в приватних похідних за змінними Ейлера:

$$\frac{\partial A}{\partial \tau} + \nabla_j (A V_j + B_j) = W, \quad (1.1)$$

де:

$A = A(\vec{x}, \tau)$ – об'ємна густина даної величини, в даному випадку

$A(\vec{x}, \tau) = c(\vec{x}, \tau) \bar{\rho}(\vec{x}, \tau) T(\vec{x}, \tau)$ – об'ємна густина тепла ($c(\vec{x}, \tau)$ – теплоємність,

$\bar{\rho}(\vec{x}, \tau)$ – густина речовини, $T(\vec{x}, \tau)$ – температура);

$B = B(\vec{x}, \tau, \vec{v})$ – швидкість густини потоку через кордон області, в даному випадку - потоку тепла $B(\vec{x}, \tau, \vec{v}) = q(\vec{x}, \tau)$;

$W = W(\vec{x}, \tau)$ – приріст об'ємної щільності за одиницю часу, викликане припливом ззовні (задається), в даному випадку $W(\vec{x}, \tau) = \hat{\omega}(\vec{x}, \tau)$ – потужність внутрішнього джерела (або стоку) тепла;

\vec{x}, τ – координати Ейлера.

Перейдемо до Лагранжевих координат, лінеаризуючи задачу і враховуючи, що в умовах незв'язної теплопровідності немає руху точок тіла або зміни його об'єму $\vec{V} = \frac{\partial \vec{x}}{\partial t} = 0$. Також використовуємо закон теплопровідності Фур'є для ізотропної теплопровідності:

$$q = -\lambda \cdot \text{grad}(T) = -\lambda \nabla T, \quad (1.2)$$

де:

$\lambda = \lambda(\vec{x}, T)$ – коефіцієнт теплопровідності матеріалу;

операція $\nabla T = \text{grad}(T)$.

Отримаємо, що в кожній точці тіла баланс потоку тепла визначається рівнянням:

$$c\bar{\rho} \frac{\partial}{\partial t} T - \nabla(\lambda \nabla T) = \hat{\omega} \quad (1.3)$$

при наявності умови:

$$T(\vec{x}, 0) = \hat{T}_0(\vec{x}). \quad (1.4)$$

На поверхні тіла граничні умови (ГУ):

- по тепловому потоку (в напрямку зовнішньої нормалі \vec{v} до поверхні тіла S):

$$q = \lambda \frac{\partial T}{\partial \nu} \Big|_{S_G} = \hat{q} - \alpha(T - \hat{T}_\infty) \Big|_{S_\alpha}; \quad (1.5)$$

– або по температурі поверхні (її частини S_T):

$$T(\vec{x}, t) \Big|_{S_T} = \hat{T}(\vec{x}, t). \quad (1.6)$$

Позначені:

$S_G = S_q \cup S_\alpha \cup S_T$ – поверхня тіла з ГУ;

$\hat{q} = \hat{q}(\vec{x}, t)$ – заданий тепловий потік через поверхню S_q ;

$\hat{T}_\infty = \hat{T}_\infty(\vec{x}, t)$ – температура середовища біля поверхні S_α з конвективним теплообміном;

λ, c, α – відповідно коефіцієнти теплопровідності (Вт/мК), теплоємності (Дж/кгК), тепловіддачі (Вт/м²К);

$\bar{\rho}$ – густина матеріалу тіла (кг/м³).

Значок "[^]" над змінної вказує на те, що її величина задається.

У нашому випадку маємо задачу стандартної теплопровідності при відсутності внутрішнього джерела. Рівняння стаціонарної теплопровідності виводиться безпосередньо з (1.1) винятком компонентів, які залежать від

часу (тобто, вважаємо, що $\frac{\partial T}{\partial t} = 0$), і призначенням $\hat{\omega}(\vec{x}, \tau) = 0$:

$$\nabla(\lambda \nabla T) = 0, \quad (1.7)$$

а також винятком початкової умови (1.4).

Таким чином, отримана для кожної точки тіла система диференціальних рівнянь для нестационарної, а також стаціонарної задачі теплопровідності щодо значень температур $T(\vec{x}, t)$ чи $T(\vec{x})$.

1.2. Постановка крайової контактної задачі теплопровідності

Постановка крайової контактної задачі теплопровідності відрізняється від постановки неконтактного завдання тільки наявністю умов сполучення не контактної поверхні. У загальному вигляді, при наявності термічного опору і (або) тепловиділення не контактної поверхні S_K з умовними номерами тіл 1 і 2 повинні виконуватися умови сполучення:

$$T_{(1)} = T_{(2)} + \Delta \hat{T} = \hat{T}; \quad (1.8)$$

$$\left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right)_{(1)} = \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right)_{(2)} + \hat{\omega}_S(x^j, t) = \hat{q}, \quad (1.9)$$

де величина $\Delta \hat{T}$ обумовлена термічним опором контактної прошарку; величина $\hat{\omega}_S = \hat{\omega}_S^C + \hat{\omega}_S^U$, причому $\hat{\omega}_S^C$ – тепловий поверхневий стік (наприклад, за рахунок теплопоглинання мастила), $\hat{\omega}_S^U$ – теплове поверхнєве джерело (наприклад, за рахунок тепловиділення при прослизанні з тертям). В конструкційних завданнях зазвичай приймаються $\Delta \hat{T} = \hat{\omega}_S = 0$.

1.3. Метод рішення крайової задачі стаціонарної теплопровідності

Рішення шукається в рамках методу скінченних елементів (МСЕ) з використанням методу зважених нев'язок.

Шуканий результат - це єдина скалярна функція (температури). Для задачі стаціонарної теплопровідності з виразів (1.7) і (1.5) відповідно методу зважених нев'язок складемо функціонали:

$$\begin{aligned}
 F_j &= \int_{\Omega} (-\nabla(\lambda \nabla T)) w_j d\Omega + \int_S \left(\lambda \frac{\partial T}{\partial \nu} - \hat{q} \Big|_{S_q} + \alpha (T - \hat{T}_{\infty}) \Big|_{S_{\alpha}} \right) \tilde{w}_j dS = \\
 &= - \int_{\Omega} \nabla(\lambda \nabla T) w_j d\Omega + \int_S \lambda \frac{\partial T}{\partial \nu} \tilde{w}_j dS - \int_{S_q} \hat{q} \tilde{w}_j dS + \int_{S_{\alpha}} \alpha (T - \hat{T}_{\infty}) \tilde{w}_j dS = 0; \\
 & \qquad \qquad \qquad j=1,2,\dots,J,
 \end{aligned} \tag{1.10}$$

де приймемо:

$$T \approx \sum_{i=1}^J c_i \Phi_i. \tag{1.11}$$

У вираженні (1.10) вищий порядок похідної - другий. Приймемо $\tilde{w}_j = w_j$ в Ω і на S . Тоді формула Гріна-Стокса для скалярних функцій w_j і T дозволяють знизити порядок похідної до першого, а також разом з тим виключити з (1.10) інтеграл по всій поверхні тіла:

$$\begin{aligned}
 F_j &= \int_{\Omega} (-\nabla(\lambda \nabla T)) w_j d\Omega + \int_{\Omega} \nabla T \cdot \lambda \nabla w_j d\Omega + \int_{\Omega} \nabla(\lambda \nabla T) w_j d\Omega + \\
 &+ \int_{S_{\alpha}} \alpha (T - \hat{T}_{\infty}) w_j dS = \int_{\Omega} (\nabla T \cdot \lambda \nabla) w_j d\Omega - \int_{S_q} \hat{q} w_j dS + \int_{S_{\alpha}} \alpha (T - \hat{T}_{\infty}) w_j dS = \\
 &= \int_{\Omega} \nabla T \cdot \lambda \nabla w_j d\Omega - \int_{S_q} \hat{q} w_j dS + \int_{S_{\alpha}} \alpha T w_j dS - \int_{S_{\alpha}} \alpha \hat{T}_{\infty} w_j dS; \\
 & \qquad \qquad \qquad j=1,2,\dots,J.
 \end{aligned} \tag{1.12}$$

Отримали послаблене формулювання методу зважених нев'язок для задачі теплопровідності.

Відповідно до методу Фур'є розв'язок крайової задачі в обсязі тіла шукається у вигляді обрізаного ряду:

$$T(\vec{x}) \approx T_N(\vec{x}) = \sum_{m=1}^N \theta_m \cdot \Phi_m(\vec{x}), \tag{1.13}$$

де $\Phi_m(\vec{x})$ – незалежні координатні функції - базисні функції.

В результаті скінченно-елементної дискретизації обсягу тіла на сукупність з N^e скінченних елементів з обсягами Ω^e скінченно-елементна сітка містить N^U вузлів, в яких СЕ стикаються. Відповідно до ідеології МСЕ функції $\Phi_m(\vec{x})$ можна вибрати в вигляді:

$$\Phi_m(\vec{x}) = \sum_{\Omega^e \subset \Lambda_m} \chi^e(\vec{x}) \cdot \varphi_m^e(\vec{x}), \quad (1.14)$$

де:

Λ_m – множина КЕ, що містять вузол m ;

$\varphi_m^e(\vec{x})$ – базисні функції скінченного елемента, відповідні вузлам m в

межах Ω^e ; функція:

$$\chi^e(\vec{x}) = \begin{cases} 1, & \vec{x} \in \Omega^e; \\ 0, & \vec{x} \notin \Omega^e. \end{cases} \quad (1.15)$$

Замість (1.13) отримали скінченно-елементне наближення

$$T(\vec{x}) \approx T_N^h(\vec{x}) = \sum_{m=1}^{N^U} \theta_m \cdot \sum_{\Omega^e \subset \Lambda_m} \chi^e(\vec{x}) \cdot \varphi_m^e(\vec{x}), \quad (1.16)$$

в якому N^U – кількість вузлів скінченно-елементної сітки.

З урахуванням дискретизації тіла на СЕ перетворимо функціонали (1.12):

$$F_n(T) = \sum_{e=1}^E \left(\int_{\Omega^e} \nabla^j T \lambda \nabla^j w_n d\Omega - \int_{S_q^e} \hat{q} w_n dS + \int_{S_\alpha^e} \alpha T w_n dS - \int_{S_\alpha^e} \alpha \hat{T}_\infty w_n dS \right) = 0; \quad (1.17)$$

$$j = 1, 2, \dots, J = N^U.$$

Далі скористаємося методом Бубнова-Гальоркіна і приймемо для функціоналів (1.17), що вагові функції:

$$w_n = \Phi_n(\vec{x}) = \sum_{\Omega^e \subset \Lambda_n} \chi^e(\vec{x}) \cdot \varphi_n^e(\vec{x}); \quad n = 1, 2, \dots, N^U. \quad (1.18)$$

Підставимо (1.16) и (1.18) в (1.17). Отримаємо:

$$\begin{aligned} F_n(T_N^h) = & \sum_{\Omega^e \subset \Lambda_{mn}} \left(\int_{\Omega^e} \nabla^j \varphi_m^e \lambda \nabla^j \varphi_n^e d\Omega + \int_{S_\alpha^e} \alpha \varphi_m^e \varphi_n^e dS \right) \theta_m - \\ & - \sum_{\Omega^e \subset \Lambda_n} \left(\int_{S_q^e} \hat{q} \varphi_n^e dS - \int_{S_\alpha^e} \alpha \hat{T}_\infty \varphi_n^e dS \right) = 0; \\ & n, m = 1, 2, \dots, N^U, \end{aligned} \quad (1.19)$$

де:

$\Lambda_{mn} = \Lambda_m \Lambda_n$ – перетин позначених множин;

S_q^e, S_α^e – поверхні СЕ, що виходять на S_q, S_α відповідно.

Початкова умова (1.4) перетвориться в

$$T_N^h[(\vec{x})_n] = \hat{\theta}_n^0 = \hat{T}_0[(\vec{x})_n], \quad (1.20)$$

а гранична (1.6) – в

$$T_N^h[(\vec{x})_n] = \hat{\theta}_n \Big|_{S_T} = \hat{T}[(\vec{x})_n], \quad (1.21)$$

де $(\vec{x})_n$ – глобальні координати вузла з номером n .

Позначимо:

$$K_{mn}^e = \int_{\Omega^e} \nabla^j \varphi_m^e \lambda \nabla^j \varphi_n^e d\Omega + \int_{S_\alpha^e} \alpha \varphi_m^e \varphi_n^e dS; \quad (1.22)$$

$$R_n^e = \int_{S_q^e} \hat{q} \varphi_n^e dS + \int_{S_\alpha^e} \alpha \hat{T}_\infty \varphi_n^e dS. \quad (1.23)$$

З урахуванням введених позначень сукупність функціоналів (1.17) набирає вигляду системи алгебраїчних рівнянь:

$$K_{mn} \theta_m = R_n; \quad m, n = 1, 2, \dots, N^U, \quad (1.24)$$

де позначені суми, які здійснюються відповідно з номерами вузлів:

$$K_{mn} = \sum_{\Omega^e \subset \Lambda_{mn}} K_{mn}^e; \quad R_n = \sum_{\Omega^e \subset \Lambda_n} R_n^e. \quad (1.25)$$

Отримана система вирішується відомими прямими або ітераційними методами, виходить стаціонарний розподіл температури за об'ємом тіла.

1.4. Висновки

В данном разделе на основе литературных источников:

1. Зроблена постановка крайової задачі теплопровідності в твердому тілі (розділ 1.1);
2. Зроблено постановка крайової контактної задачі теплопровідності (розділ 1.2).
3. Розглянуто сучасний алгоритм рішення крайової задачі стаціонарної теплопровідності в твердому тілі, що використовує метод зважених нев'язок з апроксимацією рішення методом скінченних елементів.

2. Постановка і метод розв'язання крайових задач про напружено-деформованого стану тіла.

Постановки крайових задач для задачі про напружено-деформований стан тіл можна знайти в [11, 12, 14 ... 17, 19 ... 23]. Розглядається задача термопружності, в тому числі контактна, а також питання про власні частоти і форми коливань тіл. Відзначимо, що сплави, з яких виготовляють диски, лопатки та інші елементи ТРД, є метастабільними, ізотропним.

2.1. Постановка крайової задачі термопружності.

Припустимо, що в початковий момент t_0 в розглянутому тілі переміщення $U_{ij}(\vec{x}, t_0)$, деформації $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t_0)$, напруження $\sigma_{mn}(\vec{x}, t_0)$ мають нульові значення, відомо поле температур $\hat{T}_0(\vec{x}, t_0)$. Нехай після цього в обсязі тіла Ω , а також на частині його поверхні $S_G = S_U \cup S_P$ за деякий проміжок часу відбудеться зміна навантажень, тобто на час t прикладемо: $O_m(\vec{x}, t) = \rho \cdot F_m(\vec{x}, t)$ – об'ємні сили ($F_m(\vec{x}, t)$ – вектор масової сили); $\hat{P}_m(\vec{x}, t)$ – поверхневі сили на S_P ; реалізувалися переміщення $\hat{U}_i(\vec{x}, t)$ – на S_U , а також змінилася температура на $\Delta \hat{T}(\vec{x}, t) = T(\vec{x}, t) - \hat{T}_0(\vec{x}, t_0)$ – в Ω . Тоді для визначення в кожній точці (її однорідної околиці) тіла величин: $U_i(\vec{x}, t)$ – переміщень, $\varepsilon_{ij}(\vec{x}, t)$ – деформацій, $\sigma_{mn}(\vec{x}, t)$ – напружень - маємо таку крайову задачу (в "фізичній" системі координат):

$$\nabla_n \sigma_{mn} = \hat{O}_m; \quad (2.1)$$

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\nabla_i U_j + \nabla_j U_i); \quad (2.2)$$

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^T; \quad (2.3)$$

$$\sigma_{mn} = E_{mnij} \varepsilon_{ij}^e \quad \text{или} \quad \varepsilon_{ij}^e = C_{ijmn} \sigma_{mn}; \quad (2.4)$$

$$\varepsilon_{ij}^T = \delta_{ij} \alpha_T \Delta \hat{T}, \quad (2.5)$$

де E_{mnij} , C_{ijmn} – матриці модулів пружності; α_T – коефіцієнт лінійного температурного видовження.

Додатково залучаються ГУ на S_U і S_P :

$$U_i|_{S_U} = \hat{U}_i; \quad (2.6)$$

$$\sigma_{mn} \nu_n|_{S_P} = \hat{P}_m. \quad (2.7)$$

Для отримання варіаційної постановки задачі використовуються співвідношення (2.1), (2.2), (2.7), властивості симетрії тензора напружень $\sigma_{mn} = \sigma_{nm}$ і теорема Гаусса-Остроградського. У підсумку можна отримати наступний функціонал щодо варіацій переміщень і пов'язаних з ними деформацій [11]:

$$F = \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_S \hat{P}_m \delta U_m dS - \int_{\Omega} \hat{O}_m \delta U_m d\Omega = 0, \quad (2.8)$$

який в сукупності з кінематичними ГУ (2.6) на поверхні S_U визначає незліченна безліч можливих (віртуальних) напружено-деформованих станів. Дійсне НДС є одним з віртуальних, але воно додатково задовільняє фізичним рівнянням зв'язку σ_{mn} и ε_{mn} , то єсть (2.4), (2.5).

2.2. Постановка крайової контактної задачі

термопружності.

Для крайової контактної задачі характерна наявність зони контакту відомої (стабільної) або невідомої (нестабільної, змінної) конфігурації. У цій зоні немає взаємопроникнення поверхонь тіл, а передані в результаті контакту зусилля не можуть бути розтягуючими, (при обліку сил поверхневого зчеплення в зоні контакту допускається деякий рівень «негативного тиску»). Відповідно з наслідків загального закону збереження (закон поверхневих взаємодій) зусилля контакту на двох контактних поверхнях повинні бути рівними за величиною і різноспрямованими. Розрізняють силовий контакт без тертя і з тертям.

Таким чином, постановка крайової контактної задачі термопружності відрізняється від постановки неконтактного завдання наявністю додаткових граничних умов і обмежень на поверхні контакту [16, 17]. Наведемо їх математично.

На загальній поверхні контакту з умовними номерами тіл 1 і 2 повинні бути виконані умови сполучення:

- силові

$$(\sigma_{mn(1)} - \sigma_{mn(2)}) \cdot \nu_{m(j)} = 0, \quad j = 1, 2 \quad (2.9)$$

- кінематичні при зчепленні (переміщення в тому ж базисі, що і координати)

$$[(x^m + U_m)_{(1)} - (x^m + U_m)_{(2)}] \cdot \nu_m = 0; \quad (2.10)$$

$$[(x^m + U_m)_{(1)} - (x^m + U_m)_{(2)}] \cdot \tau_m = 0, \quad (2.11)$$

де v_m, τ_m – компоненти векторів відповідно зовнішньої нормалі до поверхні контакту і дотичній до цієї поверхні. При проскользуванні (з тертям або без тертя) умова (2.11) не використовується;

- негативних значень нормальних складових контактних зусиль

$$(\sigma_{mn} \cdot v_m \cdot v_n)_{(j)} < 0; \quad (2.12)$$

- взаємного непроникнення тіл

$$[(x^m + U_m)_{(1)} - (x^m + U_m)_{(2)}] \cdot v_m \leq 0. \quad (2.13)$$

Дві останні умови є основою для визначення конфігурації поточної поверхні контакту.

Разом з ГУ (2.6) і (2.7) додатково залучаються ГУ на поверхні контакту S_K при:

– зацепленні, т.е. при $|\sigma_\tau| \leq \min\{\beta_{TP}|\sigma_v|; (\sigma_s)_{\min} / \sqrt{3}\}$

$$\sigma_v = \sigma_{mn} v_m v_n \Big|_{S_E} = \hat{P}_v; \quad (2.14)$$

$$\sigma_\tau = \left[\sum_{n=1}^3 (\sigma_{mn} v_m)^2 - (\sigma_{mn} v_m v_n)^2 \right]^{1/2} \Big|_{S_K} = \hat{P}_\tau; \quad (2.15)$$

або

$$U_m \Big|_{S_K} = \hat{U}_m; \quad (2.16)$$

– проскользування, т.е. при $|\sigma_\tau| > \min\{\beta_{TP}|\sigma_v|; (\sigma_s)_{\min} / \sqrt{3}\}$

$$\sigma_v = \sigma_{mn} v_m v_n \Big|_{S_K} = \hat{P}_v; \quad (2.17)$$

або

$$U_v = U_m v_m \Big|_{S_K} = \hat{U}_v; \quad (2.18)$$

а також при $\beta_{TP} \neq 0$

$$\sigma_\tau = -|\hat{P}_\tau| \cdot \text{sign}(U_\tau), \quad (2.19)$$

де $U_\tau = (U_{m(1)} - U_{m(2)}) \cdot \tau_m$ – дотична до поверхні проекція вектора взаємних переміщень. Вище зазначено σ_s – поточний межа плинності матеріалу.

Якщо тертя не враховується (при рівності нулю коефіцієнта тертя β_{TP})

ГУ на S_K спрощуються до

$$\sigma_v = \sigma_{mn} v_m v_n \Big|_{S_K} = \hat{P}_v \quad \text{або} \quad U_v = U_m v_m \Big|_{S_K} = \hat{U}_v. \quad (2.20)$$

Примітка.

Вище застосована схема сухого тертя Амонтона-Кулона - найпростіша робоча гіпотеза, яка дозволяє в першому наближенні обчислити значення сили тертя.

Таким чином, контактна крайова задача містить в крайових умовах нерівності і логічні умови. Це значно ускладнює її рішення.

Постановка крайової контактної задачі відрізняється від постановки крайової задачі термопружності лише наявністю кінематичних і силових ГУ зони контакту. Тому аналогічно можна отримати такий функціонал щодо варіацій переміщень і пов'язаних з ними деформацій [16, 17]:

$$\begin{aligned} F = & \int_{\Omega} \sigma_{mn} \delta \varepsilon_{mn} d\Omega - \int_{\Omega} \hat{O}_m \delta U_m d\Omega - \int_{S_p} \hat{P}_m \delta U_m dS - \\ & - \int_{S_K} P_v v_m \delta U_m dS - \int_{S_K} P_\tau \tau_m \delta U_m dS = 0, \end{aligned} \quad (2.21)$$

який в поєднанні з кінематичними ГУ (2.16) і (2.18), або (2.20) на поверхнях S_U і S_K визначає незліченна множина можливих (віртуальних) напружено-деформованих станів (НДС) тіл. Дійсне НДС є одним з можливих, але воно додатково задовольняє фізичним рівнянням зв'язку $\sigma_{mn} \propto \varepsilon_{mn}$.

2.3. Скінченно-елементний алгоритм вирішення задачі при термопружному напружено-деформованому стані твердого тіла.

Загальний алгоритм вирішення крайової задачі про напружено-деформований стан твердого тіла містить наступні етапи [14]:

- а) проведення дискретизації тіла на скінченні елементи;
- б) призначення термомеханічних властивостей матеріалів, початкових і граничних умов задачі, інших початкових даних;
- в) призначення значень тимчасового кроку, поточного часу;
- г) призначення поточних ГУ;
- д) рішення крайової задачі теплопровідності для визначення поточного температурного стану тіла;
- е) складання (на основі МСЕ) системи алгебраїчних рівнянь (САР). Для лінійної термопружності завдання це буде система лінійних алгебраїчних рівнянь - СЛАР;
- ж) введення в СЛАР кінематичних ГУ (створення так званої ефективної СЛАР);
- з) вирішення СЛАР;
- і) проведення прогнозу напружень на основі отриманих в результаті рішення СЛАР вузлових значень переміщень;
- к) оформлення результату на поточний момент часу у вигляді, зручному для подальшого використання (відображення на екрані монітора), аналізу і фіксації у вигляді документів на паперових носіях.

Спочатку розглянемо алгоритм прогнозу НДС в точці (елементарному обсязі тіла, тобто алгоритм, який відповідає пункту і) [14].

Оскільки завдання поставлене в переміщеннях $U_j = U_j(x^j, t)$, то введемо до розгляду вектор переміщень:

$$\{U\} = \{U_1, U_2, U_3\}^T, \quad (2.38)$$

де U_m – величини переміщень в точці СЕ. Відповідно до ідеології МСЕ

$$u^i(x^j, t) = \sum_{n=1}^{M^e} \phi_n^e(x^j) q_n^i(t), \quad (2.39)$$

де $(q^m)_n$, $m=1, 2, \dots, N^u$ (N^u – кількість вузлів в скінченно-елементній сітці)

- вузлові переміщення в місцевій «фізичній» системі координат; а

$$\Phi_n(x^j) = \sum \chi^e(x^j) \phi_n^e(x^j); \quad (2.40)$$

$$\chi^e(x^j) = \begin{cases} 1, & x^j \in \Omega^e; \\ 0, & x^j \notin \Omega^e. \end{cases} \quad (2.41)$$

Оскільки для будь-якої точки в межах СЕ $\chi^e(x^j) = 1$, то в границях СЕ, $\Phi_n(x^j) = \phi_n^e(x^j)$, а за межами СЕ $\chi^e(x^j) = 0$, тому фактично сума підраховується тільки по M^e вузлів того СЕ, в якому розташована точка з координатами x^j .

Подальший виклад дуже зручно проводити з використанням матричних позначень [26 ... 28].

Введемо матрицю базисних функцій СЕ $[\phi]$,

$$\{U\} = [\phi] \{q\}_e. \quad (2.42)$$

Тут вектор переміщень в вузлах СЕ [14, 26 ... 28]:

$$\{q\}_e = \{(q_1^1, q_1^2, q_1^3), \dots, (q_M^1, q_M^2, q_M^3)\}^T = \{q_1, q_2, q_{3m}\}^T, \quad (2.43)$$

де q_m – ті ж вузлові переміщення, але тепер вони мають наскрізну нумерацію. Цей вектор є результатом вибірки вузлових значень переміщень з глобального вектора $\{q\}$.

Для розглянутої точки тіла в межах СЕ введемо вектори повних деформацій і напружень:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \gamma_{12}, \gamma_{23}, \gamma_{31}\}^T; \quad (2.44)$$

$$\{\sigma\} = \{\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{33}, \tau_{12}, \tau_{23}, \tau_{31}\}^T, \quad (2.45)$$

де $\gamma_{mn} = 2\varepsilon_{mn}$ при $m \neq n$; а також вектори $\{\varepsilon^e\}$ і $\{\varepsilon^T\}$ – деформацій пружних і температурних; вектори $\{\sigma\}$ – напружень.

Введемо матрицю $[B]$ диференціювання з глобальних координатах, з використанням якої рівняння (2.25) записуються у вигляді:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{q\}^e. \quad (2.46)$$

Лінійний закон Гука записується у вигляді

$$\{\sigma\} = [D]\{\varepsilon^e\}, \quad (2.47)$$

де $\{\varepsilon^e\}$ – вектор пружних деформацій, заповнених аналогічно (2.44).

У відповідності зі структурою заповнення векторів $\{\sigma\}$ і $\{\varepsilon^e\}$ матриця модулів пружності $[D]$ в випадку ізотропного матеріалу матиме вигляд [14]

$$[D] = 2G \begin{bmatrix} a & b & b & 0 & 0 & 0 \\ b & a & b & 0 & 0 & 0 \\ b & b & a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix}, \quad (2.48)$$

де $2G = E/(1 + \mu)$; $a = (1 - \mu)/(1 - 2\mu)$; $b = \mu/(1 - 2\mu)$; $c = 0.5$.

Принцип суперпозиции деформаций разнообразной природы (2.3) записывается в виде:

$$\{\varepsilon\} = \{\varepsilon^e\} + \{\varepsilon^T\}, \quad (2.49)$$

де

$$\{\varepsilon^T\} = \{\alpha_T, \alpha_T, \alpha_T, 0, 0, 0\}^T \cdot (T - T_0) = \{\alpha_T\} \Delta \hat{T}. \quad (2.50)$$

Функціонал (2.8) з урахуванням можливості суперпозиції робіт по СЕ, обумовленою тим, що СЕ взаємодіють один з одним в вузлах і не перетинаються, записується так:

$$F = \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [B]^T ([D][B]\{q\}_e - \{\alpha^T\} \Delta \hat{T}) d\Omega - \sum_e \int_{S_P^e} \{\delta q\}_e^T [\phi]^T \{\hat{p}\} dS - \\ - \sum_e \int_{\Omega^e} \{\delta q\}_e^T [\varphi]^T \{\hat{O}\} d\Omega = 0, \quad (2.51)$$

де позначені вектори навантажень $\{\hat{p}\} = \{\hat{p}_1, \hat{p}_2, \hat{p}_3\}^T$, $\{\hat{O}\} = \{\hat{O}_1, \hat{O}_2, \hat{O}_3\}^T$; S_P^e – сторона СЕ, яка виходить на S_P тіла; знак \sum_e означає підсумовування по всіх СЕ, що містять розглянуту ступінь свободи вузла.

Оскільки в підінтегральних виразах є вектори $\{\delta q\}_e^T$ и $\{q\}_e$, що не залежать від параметрів інтегрування, їх можна винести за межі інтегралів. З (2.51), згрупувавши інтеграли, отримаємо:

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T \int_{\Omega^e} [B]^T [D][B] d\Omega \cdot \{q\}_e - \\ - \sum_e \{\delta q\}_e^T \cdot \left(\int_{S_P^e} [\varphi]^T \{\hat{p}\} dS + \int_{\Omega^e} [\varphi]^T \{\hat{O}\} d\Omega - \int_{\Omega^e} [B]^T [D] \{\alpha^T\} \Delta \hat{T} d\Omega \right) = 0. \quad (2.52)$$

Позначимо [14]:

$$[K]_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D][B] d\Omega; \quad (2.53)$$

$$\{P\}_e = \int_{S_P^e} [\phi]^T \{\hat{p}\} dS + \int_{\Omega^e} [\phi]^T \{\hat{O}\} d\Omega; \quad (2.54)$$

$$\{R\}_e = \int_{\Omega^e} [B]^T [D] \{\alpha^T\} \Delta \hat{T} d\Omega. \quad (2.55)$$

Тоді

$$F = \sum_e \{\delta q\}_e^T ([K]_e \{q\}_e - \{P\}_e - \{R\}_e) = 0. \quad (2.56)$$

З огляду на кінематичні ГУ (2.6), а також довільність варіацій $\{\delta q\}_e^T$, отримаємо СЛАР вигляду

$$[K]\{q\} = \{P\} + \{R\}, \quad (2.57)$$

де $[K] = \sum_e [K]_e$; $[P] = \sum_e [P]_e$; $[R] = \sum_e [R]_e$. Вектор $\{P\}$ визначається зовнішніми силовими навантаженнями і масовими силами; вектор $\{R\}$ - фіктивними навантаженнями, які відображають вплив температури.

2.4. Висновки

В даному розділі на основі літературних джерел:

1. Зроблена постановка крайової задачі термопружності для твердого тіла (розділ 2.1);
2. Зроблено постановку крайової контактної задачі термопружності для твердого тіла (розділ 2.2);
3. Розглянуто сучасний алгоритм рішення крайової задачі про термопружний напружено-деформований стан твердого тіла, що використовує прямий (варіаційний) метод з апроксимацією рішення методом скінченних елементів (розділ 2.3);

3. Розрахункова схема

У даній роботі розраховуються диск і лопатки компресора газотурбінного двигуна. Для вирішення цього завдання використовуємо метод скінченних елементів.

3.1. Про облік умов повної циклічної симетрії крайової задачі.

Чисельна модель компресорного диска ТРД з лопатками характерна такою властивістю, як повна циклічна симетрія. Під повною циклічною симетрією розуміють одночасну присутність *геометричної* і *силової* циклічної симетрії завдання.

Циклічною симетрією (циклічністю) називається циклічна повторюваність ситуації уздовж однієї з глобальних координат. Диск ТРД має геометричну осьову (поворотну) циклічну симетрію: геометрія повторюється через кутову координату $\theta = 2\pi / n$, де n – кількість лопаток на диску. Всі лопатки диска ТРД знаходяться під впливом теоретично рівному термосиловому навантаженні, тому є також і силова циклічна симетрія, а це означає, що є і повна осьова циклічна симетрія завдання.

Примітка. На практиці повної ідентичності немає, так як в авіаційних двигунах допускаються розбіжності у власних частотах коливань лопаток до 5%. Більш того, при повній ідентичності сусідніх лопаток різко зростає ймовірність флатера (резонансних автоколебаний), обумовлених аеродинамічним збудженням. Але в розрахунках зазвичай відмінностями нехтують.

Якщо об'єкт характеризується наявністю повної циклічної симетрії, то природно її використовувати. Для цього одна циклічно симетрична частина тіла "вирізається" з двох сторін поверхнями, рівняння яких збігаються з точністю до кроку циклу. Це може бути площина, криволінійна поверхня або сукупність площин і (або) криволінійних поверхонь. Для всіх пар точок цих поверхонь, які відрізняються тільки однією координатою на величину кроку циклічної симетрії (назвемо їх "парою циклічної симетрії"), характерно рівність всіх фізичних параметрів: властивостей матеріалу, температур, переміщень, деформацій, напружень і т.п. Цей факт необхідно врахувати в граничних умовах, які вводяться в математичну модель тіла.

Отже, при побудові кінцево-елементної моделі тіла з повною циклічною симетрією слід:

а) "вирізати" циклічно симетричну частину тіла поверхнями з вказаною вище властивістю циклічності;

б) створити скінченно-елементну сітку тіла таким чином, щоб на цих поверхнях були тільки вузли "пар циклічної симетрії" скінченно-елементної сітки, координати яких відрізнялися б лише на крок циклічної симетрії, тобто для сектора диска турбіни - лише по кутовій координаті на кут $\theta = 2\pi / n$ радіан;

в) задати граничні умови, що моделюють циклічну симетрію. А саме: при моделюванні крайової задачі теплопровідності МСЕ - прирівняти вузлові значення температур в кожній вузловій "парі циклічної симетрії", а при моделюванні крайової задачі МСЕ про визначення НДС тіла в переміщеннях - прирівняти переміщення в кожній вузловій "парі циклічної симетрії" в кожному з трьох напрямків окремо.

3.2. Розрахункова схема

Розрахункова схема диска компресора ТРД з лопаткою зображена на рис.3.1.

Так як розглянутий диск несе на собі n лопаток, а вся система має властивість повної циклічної симетрії (див. розділ 3.1), то буде розраховуватися $1/n$ частина диска зі вставленої в лопатковий замок лопаткою (відповідно до п. а) розділу 3.1). Лопатка кріпиться в замку платівкою, яку загинають в зборі так, щоб лопатка фіксувалася в замку.

На поверхнях А і Б, кут між якими дорівнює $\theta = 2\pi / n$ радіан (Кут циклічної симетрії), вузли звичайно-елементної сітки, яка буде створюватися, повинні попарно мати однакові радіальну і осьову координати (в циліндричній системі координат), а окружна координата - відрізнятися на кут $\theta = 2\pi / n$ радіан (в відповідності з п. б) розділу 3.1).

Для цих пар, відповідно до п. В) розділу 3.1, будуть призначатися зв'язку у вигляді рівності температур і переміщень по всіх трьох напрямках.

Після створення скінченно-елементної сітки координати всіх вузлів потрібно перевести в циліндричну систему координат.

Для задачі стаціонарної теплопровідності (сталий режим польоту) необхідно для всіх трьох тіл задати однакову початкову температуру T_0 , потім на передній поверхні лопатки і зовнішньої поверхні сектора диска - температуру зовнішнього повітря T_{cp} , засмоктуваного при польоті. Якщо взяти крайній випадок, то можна задати $T_0 \approx +(40...50) ^\circ C$ (тропічна спека), $T_{cp} \approx -(40...50) ^\circ C$ (температура повітря на крейсерській висоті польоту, близько 10 км над рівнем океану).

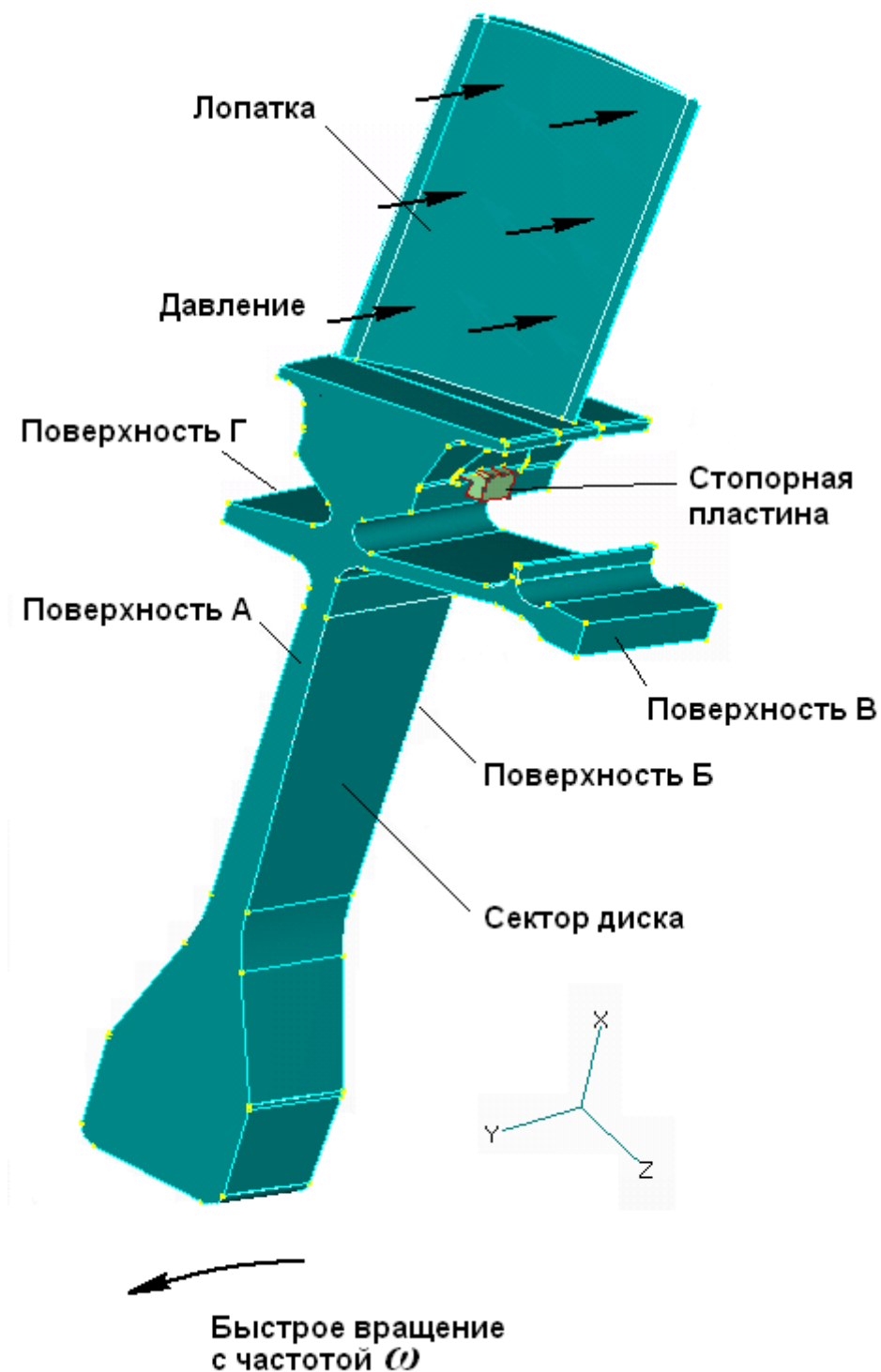


Рис.3.1. Розрахункова схема диска компресора ТРД з лопаткою

Для всіх вузлів на поверхні В буде заборонено переміщатися в напрямку осі Z (насправді тут диск приварюється до наступного диску). Поверхня Г (перпендикулярна осі Z, не видна в ракурсі рис.3.1) теж приварюється до сусіднього диску, тому для вузлів цієї поверхні необхідно задати умову знаходження їх в площині, перпендикулярній осі Z, що рівносильно завданням для них умови однакової деформації в напрямку осі Z .

Поверхня Γ (перпендикулярна осі Z , не видна в ракурсі рис.3.1) теж приварюється до сусіднього диску, тому для вузлів цієї поверхні необхідно задати умову знаходження їх в площині, перпендикулярній осі Z , що рівносильно завданням для них умови однакової деформації в напрямку осі Z .

На поверхні Γ необхідно задати дотичні до неї навантаження в напрямку окружної координати проти напрямку обертання (позначимо її як $\hat{\tau}|_{\Gamma}$), яка буде моделювати крутний момент, що передається від турбіни через дану ступінь компресора до наступної його частини (транзитний крутний момент M_{Tr}).

До передньої поверхні пера лопатки необхідно прикласти розподілене навантаження, перпендикулярне до неї - тиск потоку повітря $(p_v)_{lop}$ (насправді ця поверхню лопатки тисне на повітря, всмоктуючи його в кільцеподібний звужується проточний канал компресора).

И, наконец, всей системе (диск, лопатка, пластина) будет задано быстрое вращение вокруг оси Z с угловой скоростью ω радіан в секунду, яка викликатиме в кожній точці радіальну відцентрову інерційну силу \hat{O}_r величиною $\bar{\rho}\omega^2 r$, де $\bar{\rho}$ – густина матеріалу; r – радіус точки сектора диска, лопатки або пластини. Тобто вектор об'ємного навантаження $\{\hat{O}\}$ для об'ємного інтеграла (2.54) має наступне наповнення: $\{\bar{\rho}\omega^2 r, 0, 0\}^T$.

Після рішення стаціонарної контактної задачі теплопровідності зміна температур в кожній точці тел формуватиме температурні деформації. Необхідно буде вирішити статичну контактну задачу для сукупності всіх трьох тіл (сектора диска, лопатки, стопорної пластини), отримавши поля переміщень і напружень.

Будуть задаватися наступні значення:

- геометрія компресорного диска, лопатки і фіксуючої пластинки: згідно з кресленнями (див. Розділ 4);
- властивості матеріалів - відповідно до таблиці 3.1;
- температури і навантаження - відповідно до таблиці 3.2.

Таблиця 3.1. Властивості матеріалу (титанові сплави)

Елемент / матеріал	Коеф. Теплопровідності, $Вт/(м \cdot К)$	Модуль Юнга, $МПа$	Коеф. Пуасона	Коеф. теплового розширення	Густина, $кг/м^3$
Диск / ВТ-9	7.56	$1.18 \cdot 10^5$	0.32	$0.86 \cdot 10^{-5}$	$4.51 \cdot 10^{-6}$
Лопатка, пластина / ВТ3-1	8.01	$1.15 \cdot 10^5$	0.3	$0.86 \cdot 10^{-5}$	$4.42 \cdot 10^{-6}$

Таблиця 3.2. Температури і навантаження

Параметр	Значення
Температура початкова T_0, K	323
Температура повітря T_{cp}, K	223
Кутова частота обертання ω , рад/с	10
Транзитний крутний момент, $Н \cdot м$	19
Тиск потоку повітря $(p_v)_{lop}, МПа$	2

Дотичні до поверхні Γ навантаження $\hat{\tau}|_{\Gamma}$, прикладена в напрямку осі

θ , буде обчислюватися по формулі $\hat{\tau}|_{\Gamma} = M_{Tr} / (R_{\Gamma} \cdot A_{\Gamma})$, де R_{Γ} – середній радіус поверхні Γ ; A_{Γ} – площа цієї поверхні. Інший варіант задання:

M_{Tr} : додаток до поверхні Γ в напрямку осі θ результуючої сили

$$\hat{P}|_{\Gamma} = M_{Tr} / R_{\Gamma}.$$

3.3. Висновки

В даному розділі на основі літературних джерел:

1. Описана методика обліку умов повної циклічної симетрії крайової задачі (розділ 3.1);
2. Створена розрахункова схема сектора диска ТРД зі встановленою на ньому лопаткою, яка використовує повну циклічну симетрію крайової задачі (розділ 3.2).

4. Створення геометричної моделі

4.1. Створення геометричної моделі диска другої компресорної ступіні ТРД

На рис.4.1 і рис.4.2 поміщені фотографії креслень диска другої компресорної ступені ТРД.

Рис.4.1. Фото креслення компресорного диска ТРД (Лист 1)

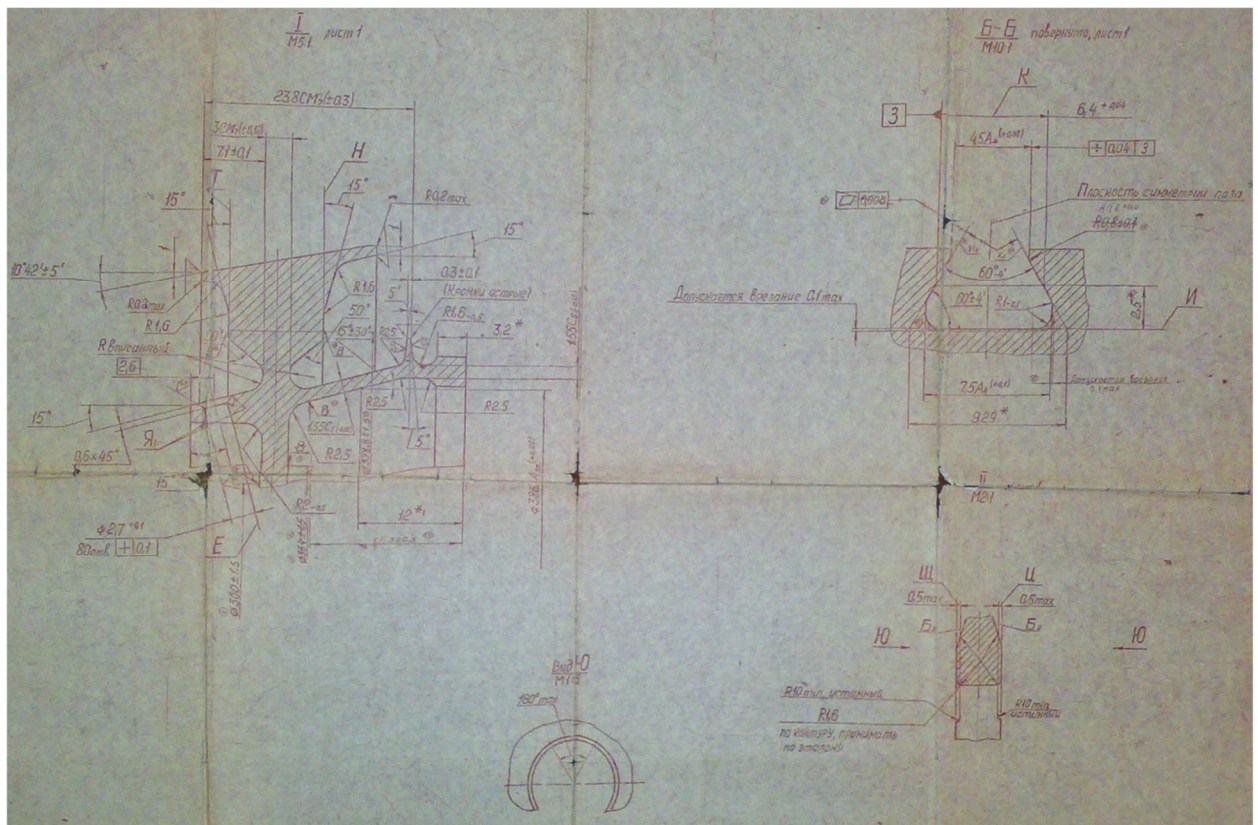


Рис.4.2. Фото креслення компресорного диска ТРД (Лист 2)

Розроблено наступний алгоритм побудови геометрії сектора диска:

1. В площині XZ створюється профіль перетину диска ТРД згідно з кресленням (див. рис.4.3);

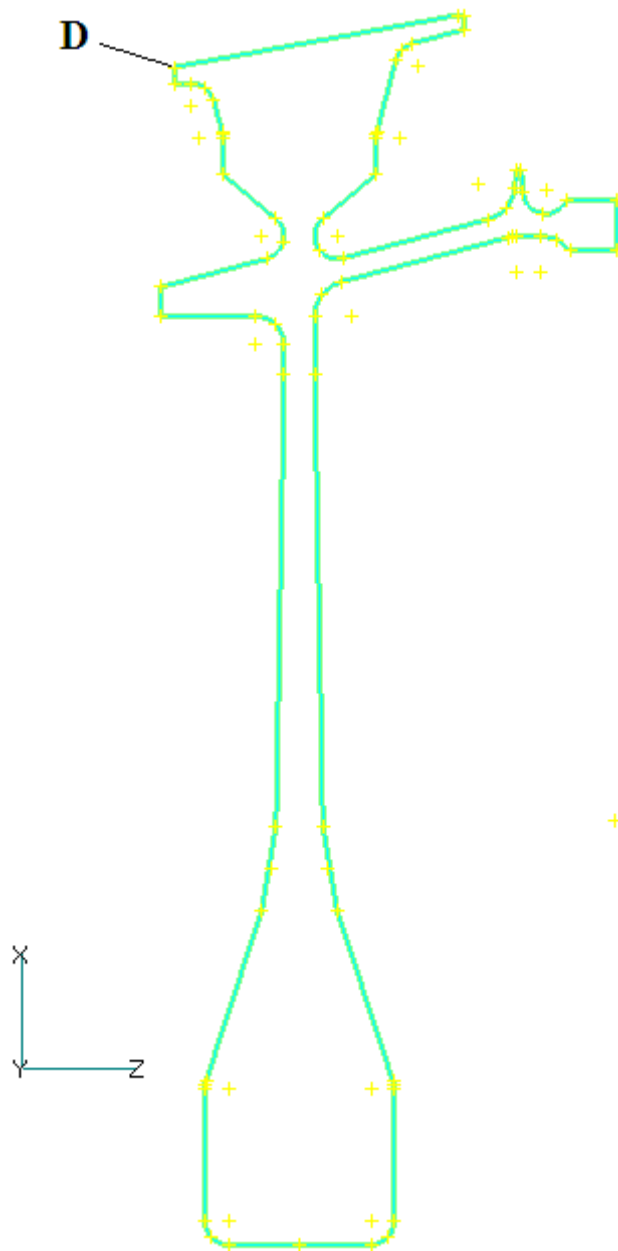


Рис.4.3. Профіль перетину диска ТРД

2. Навколо осі Z при значенні координати $Z = -8.6$ мм (відповідає точці D створеного профілю перетину диска ТРД, см. Рис.4.3 і рис.4.4), створюється коло радіуса 9.58 мм (див. Рис.4.1). Потім з точки D проводиться лінія 1 (див. Рис.4.4), дотична до цієї окружності. Щодо цієї лінії проводиться поворот на кут $(90 - 66) = 24$ градуси і в утвореній площині створюється профіль 2 (див. рис.4.4) прорізи, згідно з кресленням (див. рис.4.2);

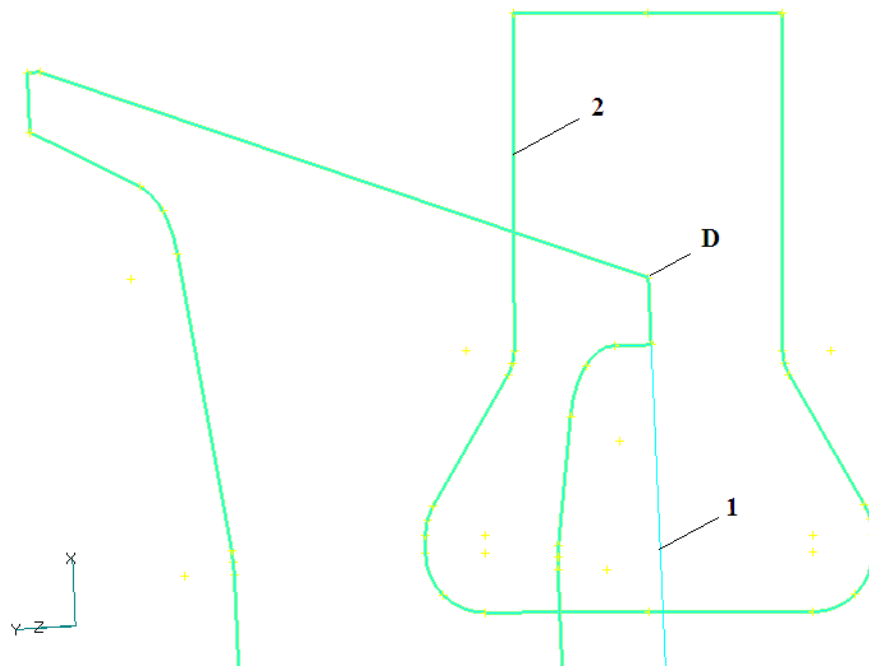
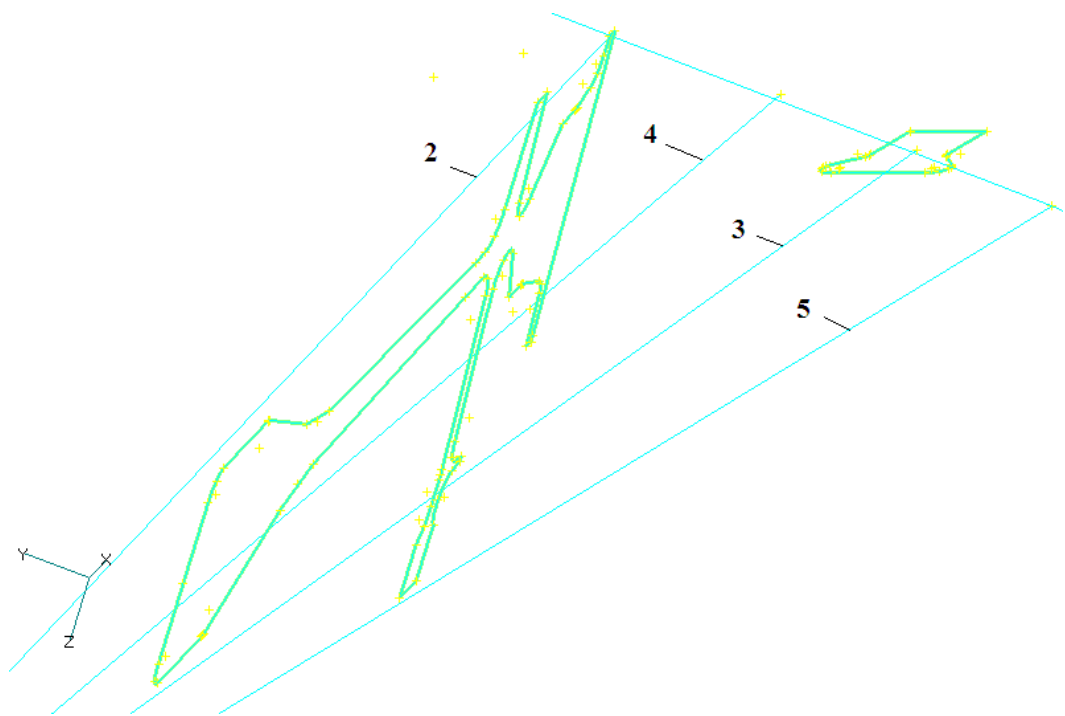


Рис.4.4. Профіль (контур 2) прорізу лопаточного замку в диску ТРД

4. З точки D створеного профілю перетину диска ТРД (див. Рис.4.3 і рис. 4.4) проводиться лінія 2 до осі Z, перпендикулярна до цієї осі (перетинається з віссю Z в точці $Z = -8.6$ мм). Потім послідовно ця лінія і профіль прорізу повертаються навколо осі Z на кут 5 градусів (це кут, достатній для того, щоб геометрична модель сектора диска ТРД була отримана в стороні від профілю перетину диска ТРД і не містила зайвих точок і ліній). Потім від лінії 3 методом обертання навколо осі Z на кути $\pm 180/79 \approx \pm 2,2784810126582278481012658227848$ градусів створюються лінії 4 і 5. Тут 79 – число лопаточних замків в диску (див. Рис.4.5).



**Рис.4.5. Нове положення профілю прорізу лопаточного замку в диску
ТРД**

4. Методом обертання (щодо осі Z) на достатній кут, наприклад, на 15 градусів, з профілю перетину диска ТРД (див. рис.4.3) створюється твердотільна модель - частина диска (див. рис.4.6).

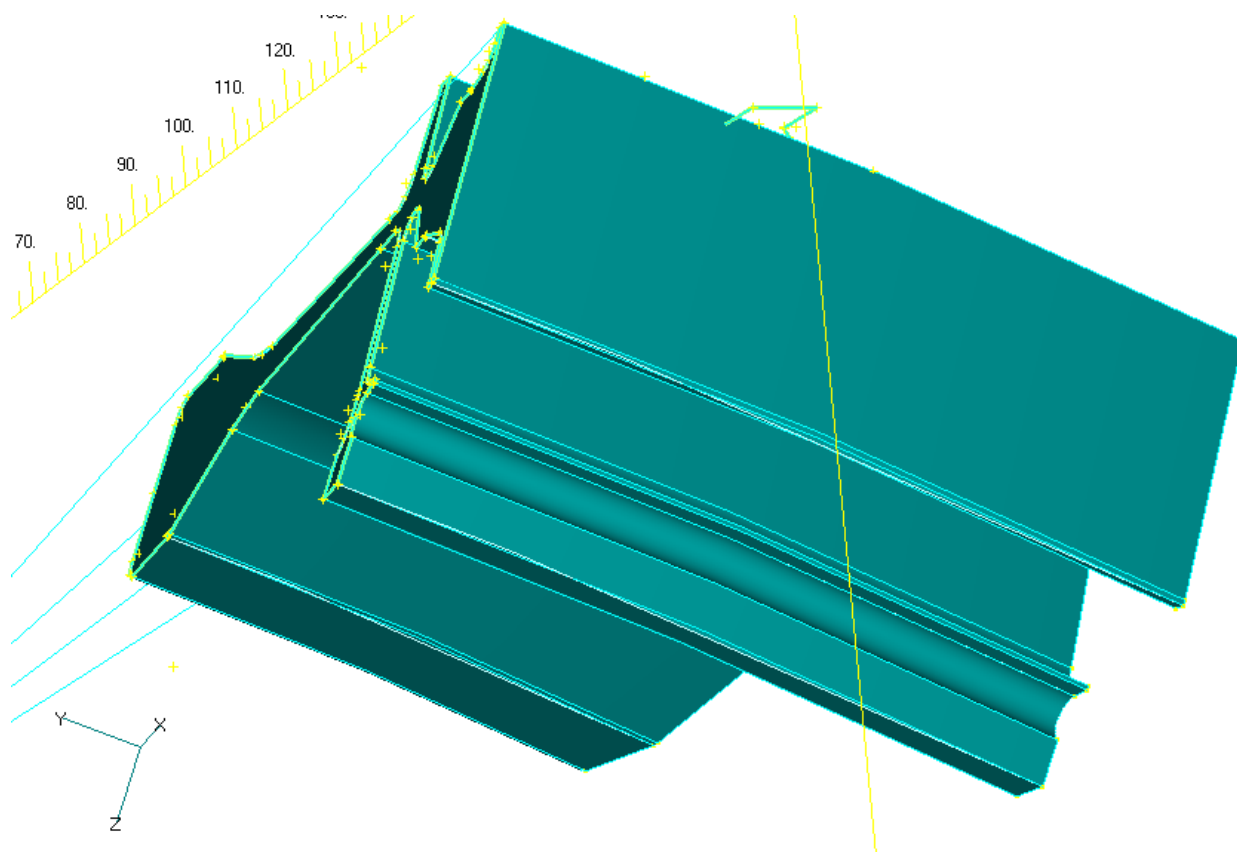


Рис.4.6. Твердотільна модель - частина диска (з запасом)

5. Двома похилими площинами, що містять лінії 4 і 5, твердотільна модель - частина диска (див. рис.4.6) розтинається на частини, і, після видалення непотрібних частин, залишається 1/79 (в напрямку окружності) частина диска (див. рис.4.7).

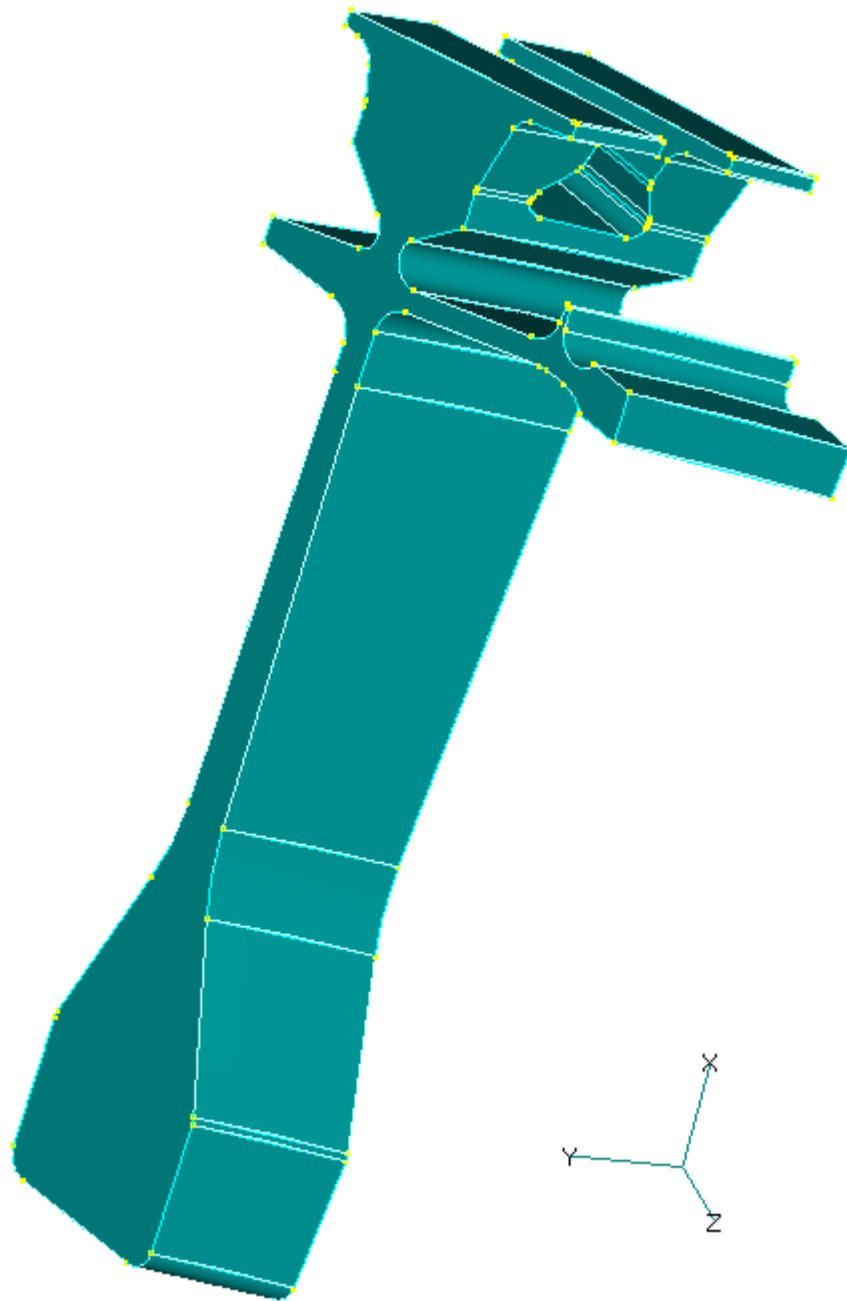


Рис.4.9. Твёрдотельная модель - 1/79 часть диска с прорезом лопаточного замка: удалены все вспомогательные поверхности, линии и точки

8. На выходных краях перетину лопаточного замка создаются закругления радиусом 0.4 мм.

В результате описанных действий выходит твёрдотельная модель - 1/79 часть диска с прорезом лопаточного замка (див. Рис.4.10).

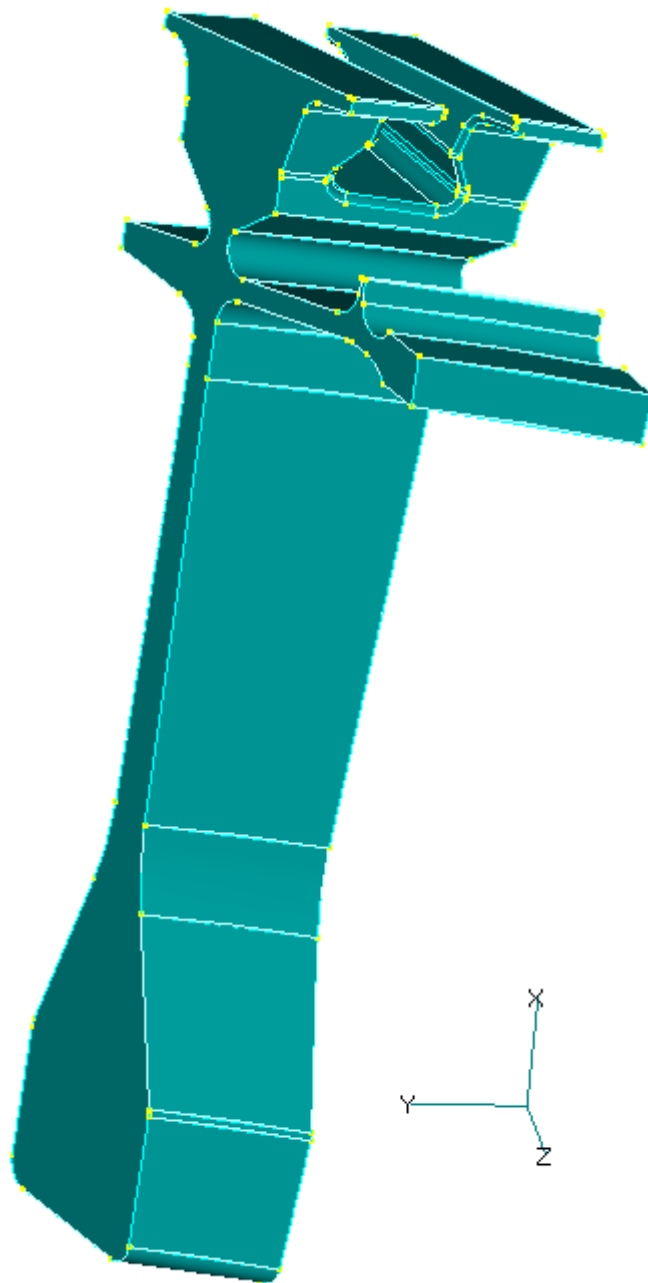


Рис.4.10. Твердотільна модель - 1/79 частина диску з перерізом лопаточного замка: на вихідних краях перетину лопаточного замку створені заокруглення

4.2. Створення геометричної моделі лопатки другої компресорної ступені ТРД

На рис.4.11 і рис.4.12 поміщені фотографії креслень лопатки другої компресорної ступені ТРД.

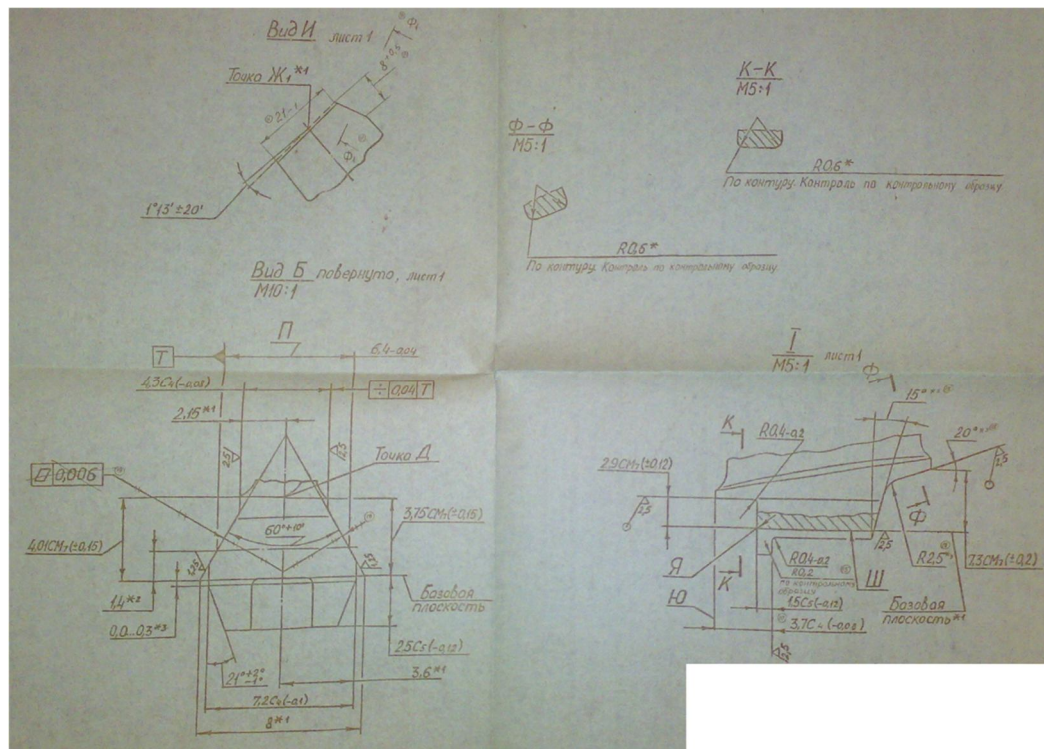


Рис.4.11. Фото кресления лопатки компрессора ТРД (Лист 1)

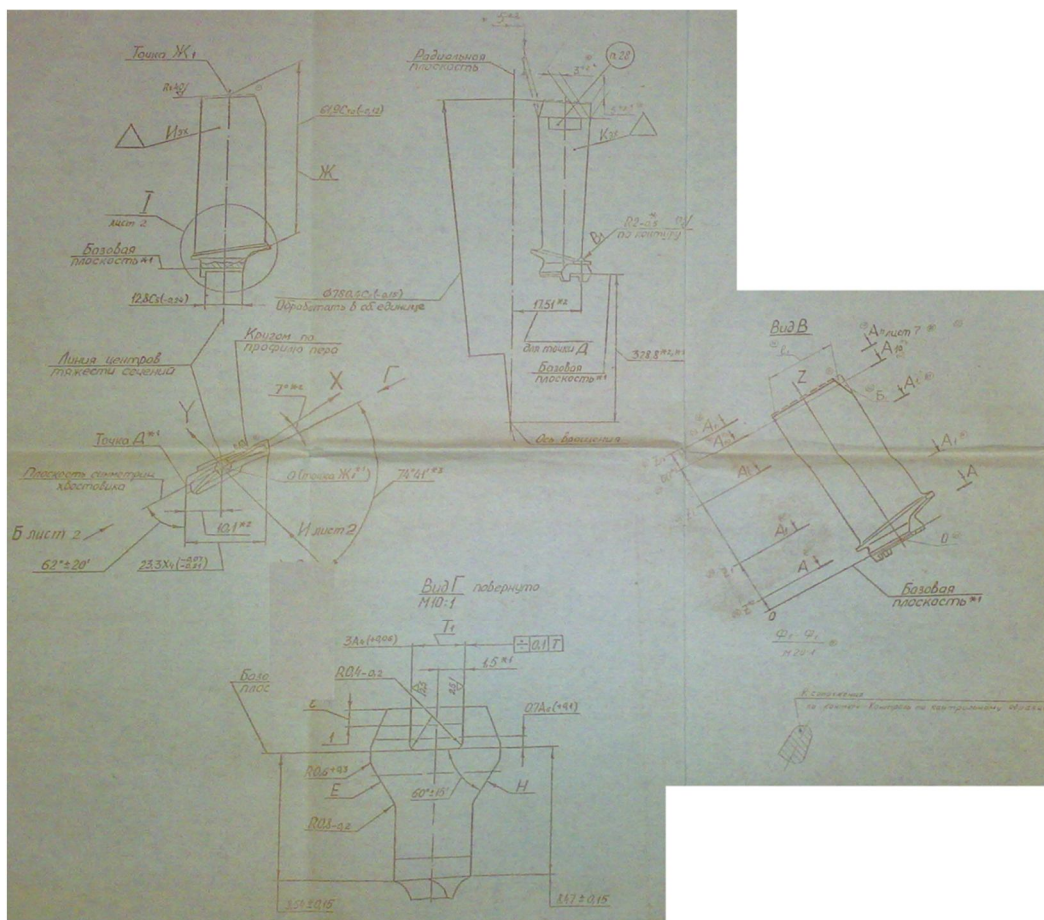


Рис.4.12. Фото кресления лопатки компрессора ТРД (Лист 2)

Використовуємо модель, зображену на рис.4.7. Ідея така: спочатку створюється хвостовик лопатки, потім - перо лопатки. Хвостовик лопатки створюється з "заготовки", одержуваної в результаті операції логічного множення двох моделей (залишається загальна частина двох моделей): диска і створеного на основі профілю замку лопатки "стержня".

Модель профілю диска (див. Рис.4.7) доповнимо обсягом, який допоможе швидко сформувати геометрію частини хвостовика лопатки. Для цього створюємо додатковий профіль (див. рис.4.13). Там же створюємо переріз замка лопатки (см. рис.4.13).

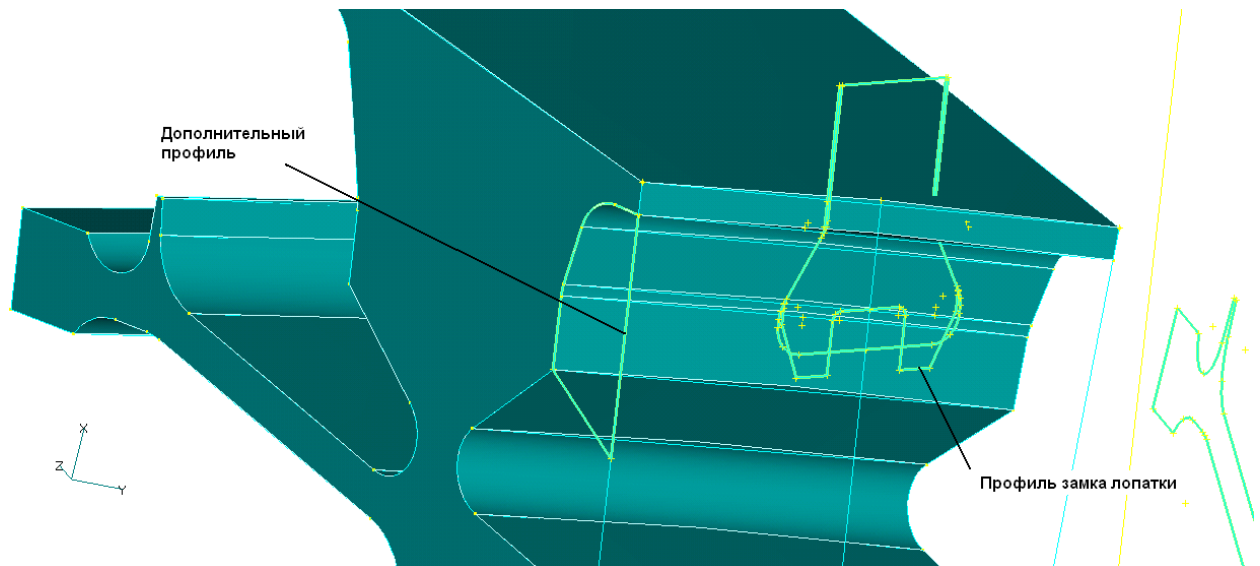


Рис.4.13. Профілі: додатковий, і замка лопатки

Опираючись на додатковий профіль, методом витяжки обертання навколо осі Z на достатній кут "додаємо обсяг" до моделі диска. Потім, спираючись на профіль замка лопатки, методом витяжки по нормалі від поверхні в обидві сторони, створюємо новий обсяг "стержня" (див. Рис.4.14).

В результаті операції логічного множення двох моделей (залишається загальна частина двох моделей): диска і "стрижня" створюємо "заготовку" хвостовика лопатки. Видаляємо всі зайві поверхні, лінії і точки, отримуємо очищену "заготовку" хвостовика лопатки (див. Рис.4.15).

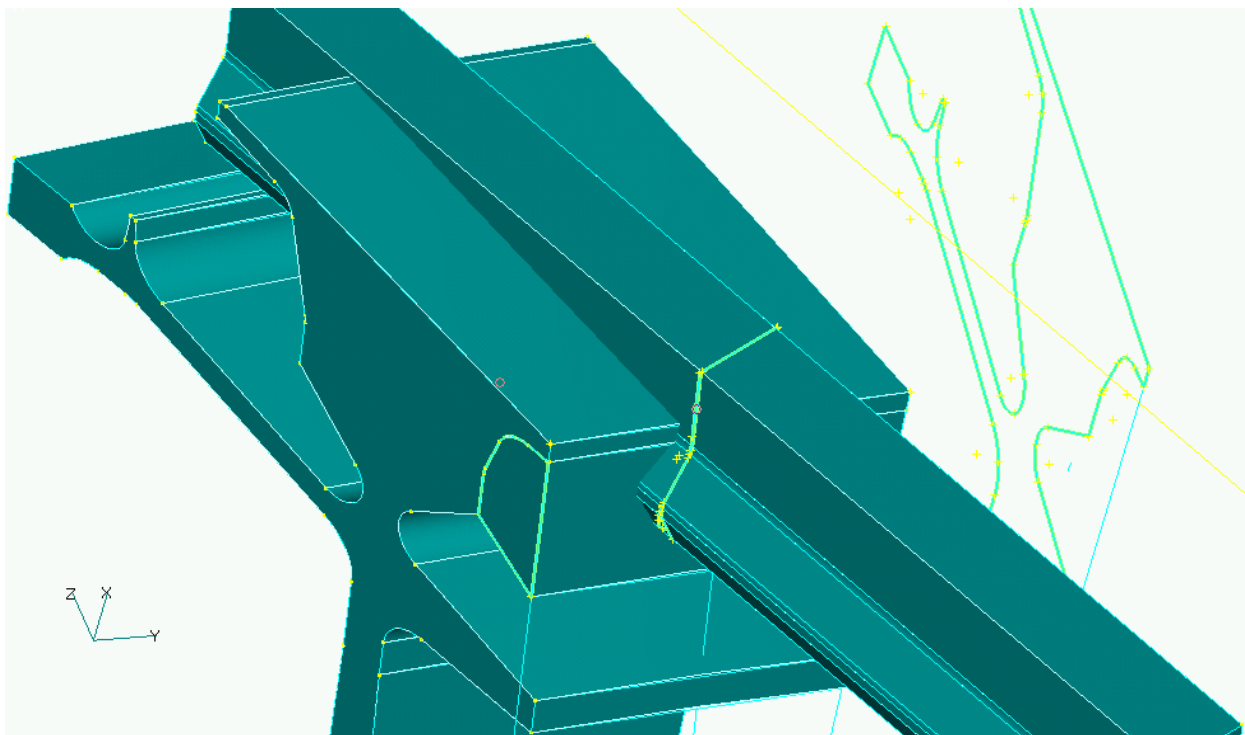


Рис.4.14. Два обсягу: сектора диска і "стрижня"

Відповідно до креслення остаточно формуємо геометрію хвостовика лопатки: обрізаємо зайвої "матеріал" знизу і з боку торця "заготовки" хвостовика лопатки (див. Рис.4.16).

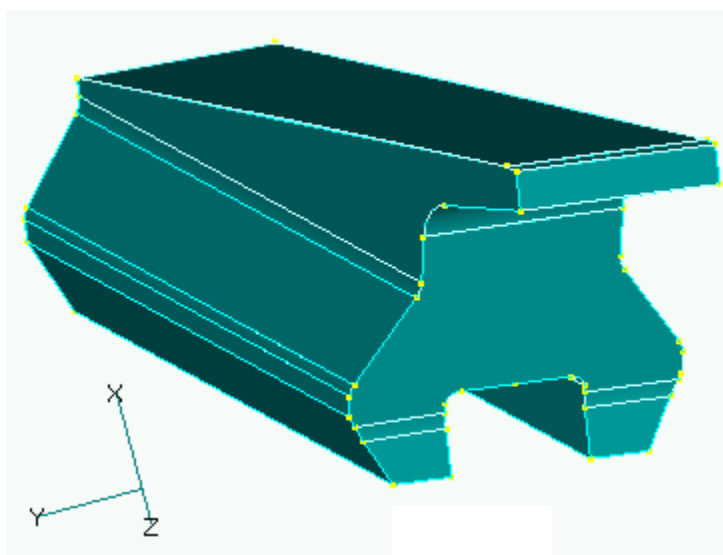


Рис.4.15. "Заготовка" хвостовика лопатки

Наступний етап - створення геометрії пера лопатки. Профіль пера лопаток ТРД розраховуються фахівцями з аеродинаміки і апроксимується складними функціями. Оскільки в даній роботі не ставиться завдання

проведення реальних розрахунків, то профіль пера лопатки створимо наближений, але за стандартною методикою:

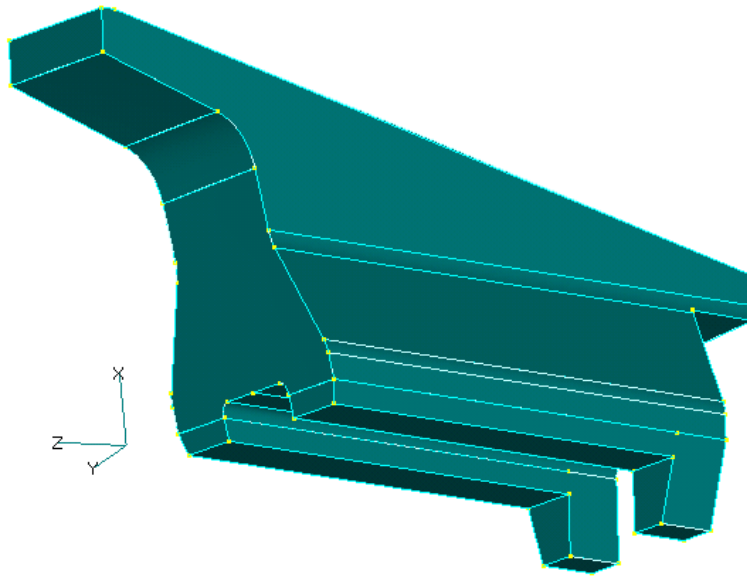


Рис.4.16. Хвостовик лопатки

а) Вздовж довжини лопатки на декількох рівнях за допомогою сплайнів кривих створюється контур перетину (див. Рис.4.17-а). Довжина пера створюється з деяким запасом в обидві сторони;

б) на ці криві "натягуються" бічні поверхні пера лопатки;

в) "закриваються" поверхнями торці пера лопатки, тим самим створюється замкнутий обсяг;

г) на основі поверхонь, що створюють замкнутий об'єм, створюється геометричне тіло типу Solid.

Створене геометричне тіло типу Solid під'єднується до хвостовика лопатки за допомогою операції логічного складання "Add".

Потім обрізаються "надлишки" пера по довжині, згідно з кресленням. Остаточний вигляд лопатки зображений на рис.4.17-б.

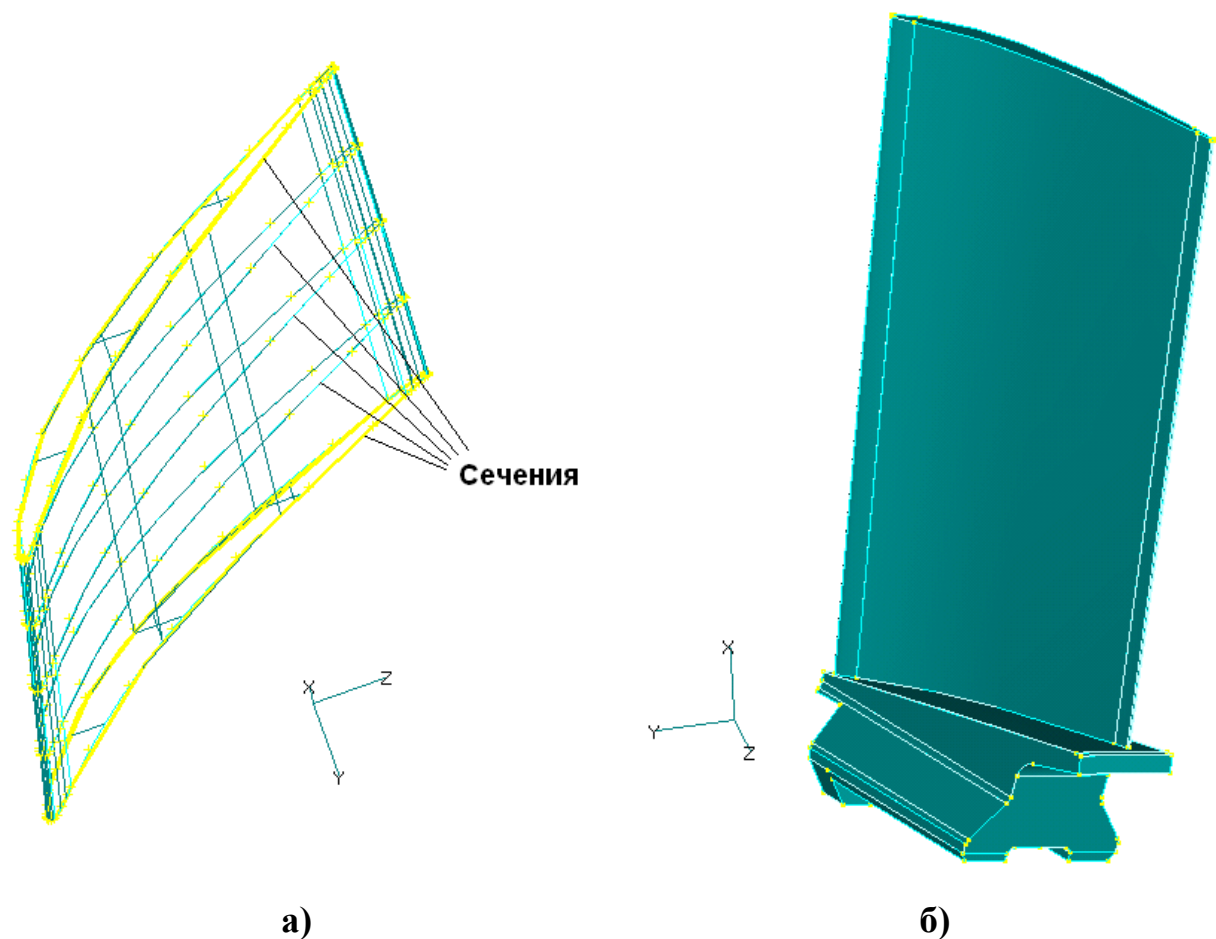


Рис.4.17. До створення профілю пера на основі перетинів, описаних сплайнів кривими (а) і остаточний вигляд лопатки (б)

4.3. Створення геометричної моделі стопорної пластини для лопатки другої компресорної ступені ТРД.

Створення геометричної моделі стопорної пластини настільки елементарно, що наведемо лише остаточний вигляд цього елемента (див. рис.4.18).

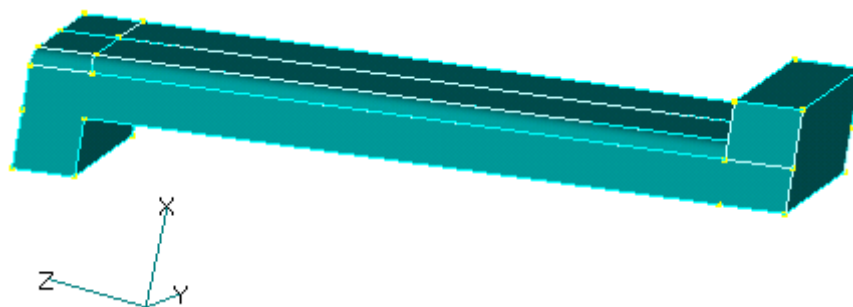


Рис.4.18. Остаточний вигляд стопорної пластини.

Загальний вигляд збірки сегмента диска, лопатки і стопорної пластини зображений на рис.3.1 и рис.4.19.

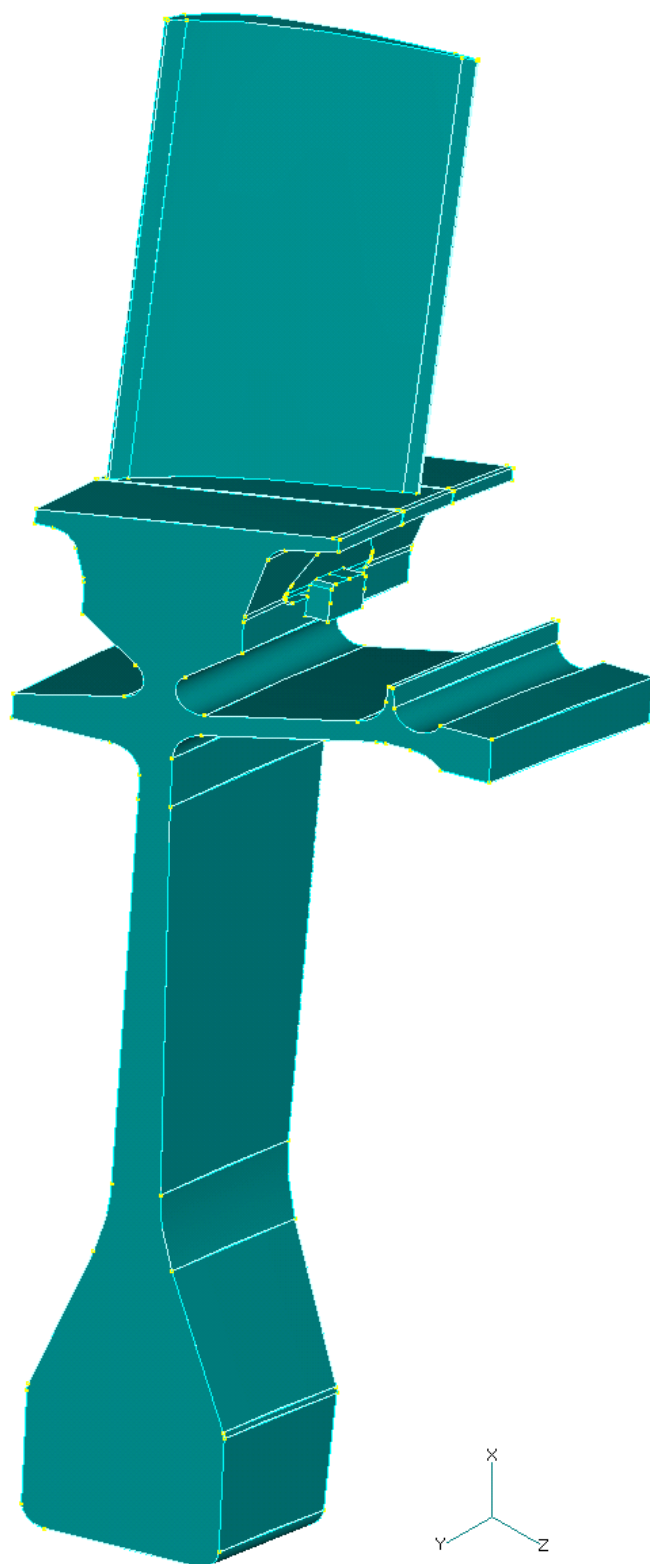


Рис.4.19. Загальний вигляд збірки сегмента диска, лопатки і стопорної пластини

4.4. Висновки

В даному розділі на основі літературних джерел:

1. Описана методика створення геометричної моделі диска другої компресорної ступені ТРД (розділ 4.1);
2. Описана методика створення геометричної моделі лопатки другої компресорної ступені ТРД (розділ 4.2);
3. Описана методика створення геометричної моделі стопорної пластини другої компресорної ступені ТРД (розділ 4.3).

5. Створення скінченно-елементної моделі.

5.1. Створення скінченно-елементної моделі диска другої компресорної ступені ТРД

При роботі в середовищі Femap використовувалася книга [31].

При створенні скінченно-елементної моделі сектора диска ТРД, для моделювання циклічної симетрії (відкинutoї частини) диска, необхідно, щоб на поверхнях А і Б (рис.2-а) скінченно-елементні сітки (СЕС) були ідентичні. Це виявилось проблемою. По-перше, сучасні автоматизовані побудовники об'ємних сіток (АПОС) не можуть побудувати гексагональних скінченні елементи (СЕ) для такої складної геометрії. З тетрагональної СЕС такої проблеми немає, але (і це по-друге) навіть для простого куба АПОС будує на протилежних сторонах незбіжні СЕС. Мабуть, причиною є вибір різних (по відношенню до поверхонь) точок, з яких починає працювати алгоритм (алгоритми працюють в порядку: розмітка ребер, створення КЕС на поверхнях, на їх основі - в обсягах). Наявність команди побудови тривимірної СЕС на основі існуючої поверхневої сітки не рятує положення: в заздалегідь створену СЕС поверхонь А і Б АПОС зазвичай вносить зміни, після яких поверхні А і Б отримують різну кількість вузлів і виходять на поверхні СЕ.

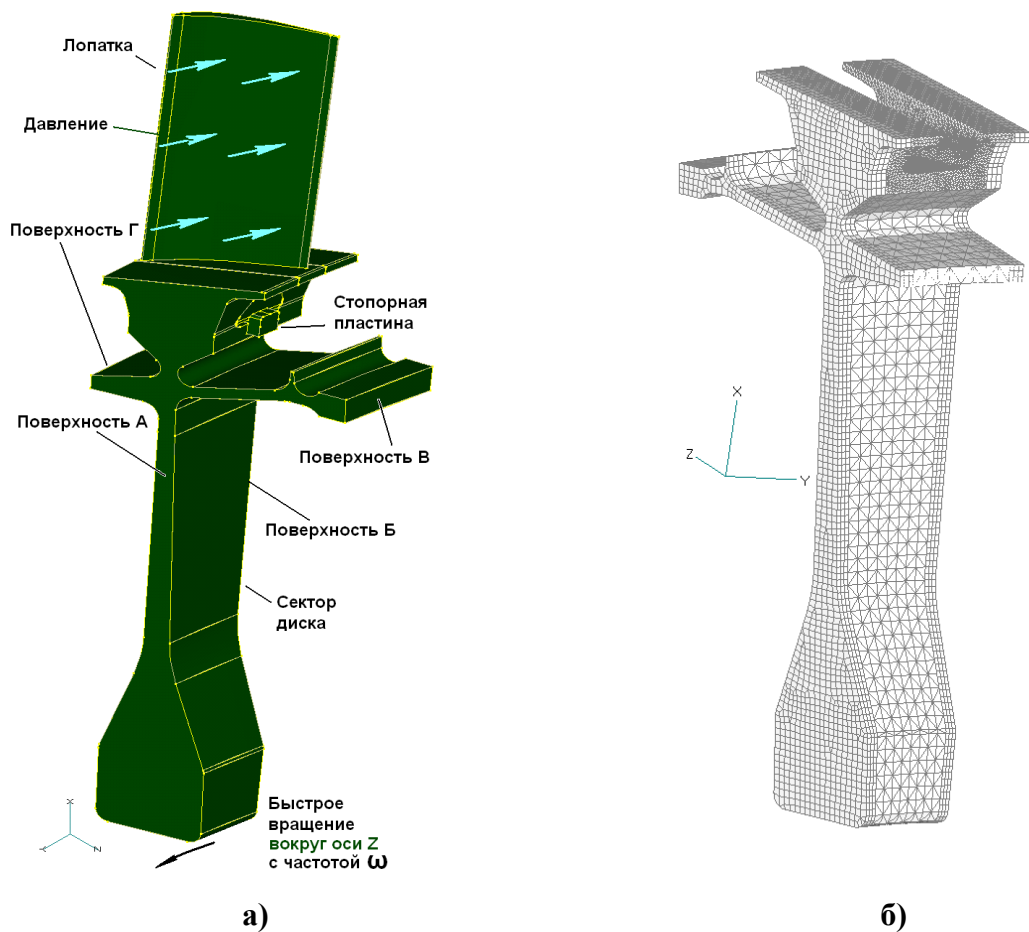


Рис.5.1 Геометрична (а) і скінченно-елементна (б) моделі облопаченого диска 2-го ступеня компресора ТРД

Судячи з усього, лише в середовищі HyperMesh тетрагональна СЕС на основі трикутної поверхневої сітки може створюватися без внесення АПОС змін до розмітку (сітку) поверхонь. Але при цьому створюються тільки тетрагональні СЕ і тільки 1-го порядку апроксимації (4 вузли).

У Femap можна створювати СЕС з окремих неузгоджених блоків, а потім їх "зшивати" в єдину СЕС [31]. Саме такий варіант побудови гексагональної СЕС і був реалізований:

1. На поверхні А сектора диска (рис.2-а) створюється поверхнева СЕС потрібної щільності (рис.5.2-а);
2. З СЕС поверхні А операцією видавлювання СЕ при обертанні (**Mesh→Revolve→Element...**) на кут 0.5 градусів навколо осі Z створюється 1-й блок гексагональної СЕС (рис.5.2-б);
- 3.

Операцією обертання СЕ (**Mesh→Rotate→Element...**) на кут $(360/79-0.5)$ градусів створюємо копію СЕС 1-го блоку, тобто створюємо 2-й блок гексагональної СЕС (рис.5.2-в). Тим самим маємо абсолютно однакові сітки на поверхнях А и Б (рис.5.1);

4. Операцією розсічення тіла (**Geometry→Solid→Slice...**) відсікаємо від моделі диска об'єми, відповідні блокам СЕС №1 і №2, поміщаємо їх в нові шари зображень (**Modify→Layer→ ...**);

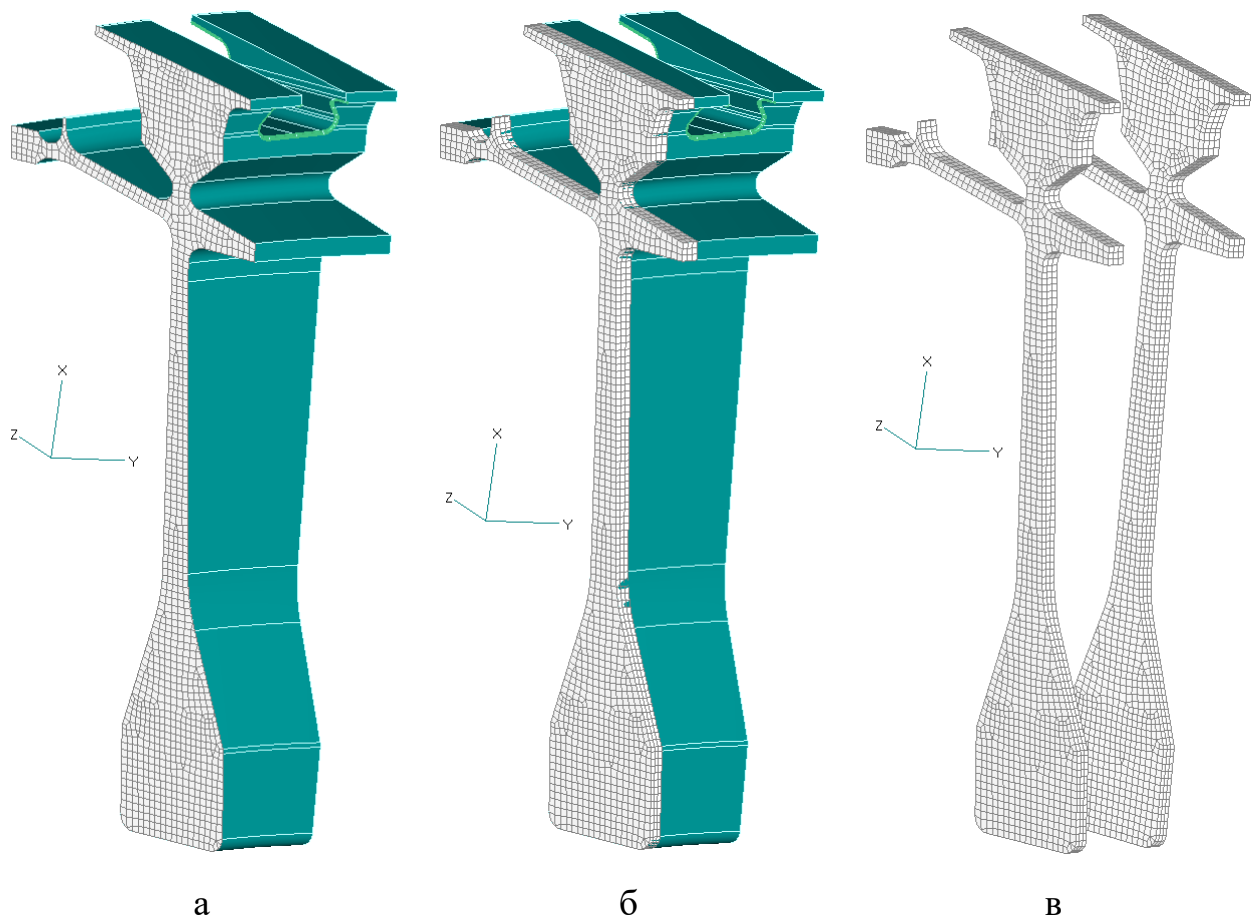


Рис. 5.2 Створення перших двох блоків СЕС диска: а - поверхнева СЕС; б - 1-й блок гексагональної СЕС; в - 1-й і 2-й блок гексагональної СЕС

5. За допомогою операції **Modify→ Association...** проводимо асоціацію СЕС блоків №1 і №2 з відповідною геометрією (це потрібно, щоб в подальшому докласти граничні умови, а також призначити місця склеювання окремих блоків шляхом вказівки поверхонь);

6. Частину диска поділяємо на дві частини за допомогою побудови додаткового тіла при обертанні (навколо осі Z), яке дозволяє за допомогою операцій логічного вирахування відокремити від цієї частини верхню частину (блок №3), тим самим отримати блок геометрії №4 (рис.5.3 , блок 3 "піднятий");

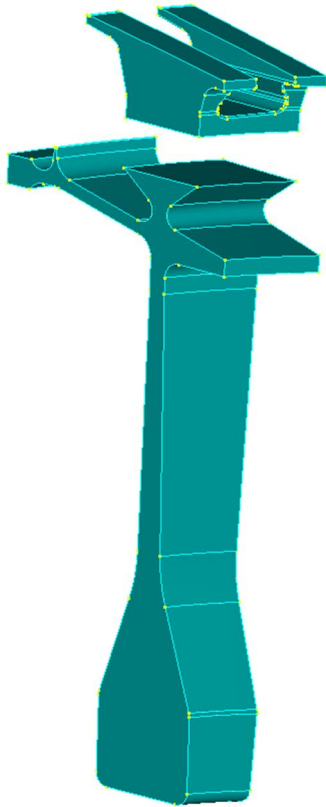


Рис. 5.3 Геометричні
блоки диска №3
("припіднятий") і №4

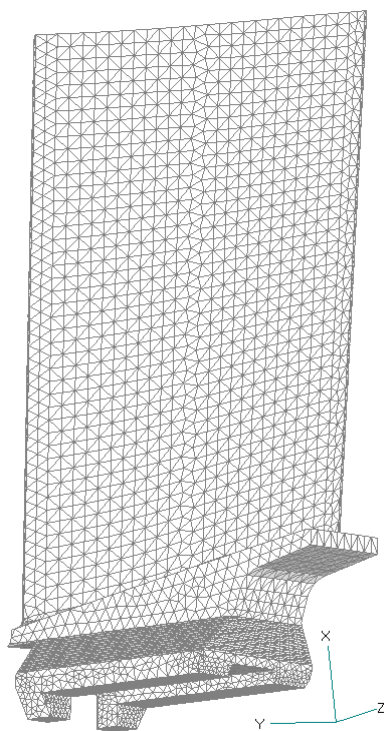
7. Будуємо СЕС в блоці 4 і блоці 3, причому згущаємо сітку на поверхнях контакту диска з лопаткою. У FEMAP дається команда **Mesh→Geometry→Solids**, на панелі, що з'явилася вибирається **Property - Solid-BT9**, активується опція **Midside Nodes**, за допомогою кнопки **Options ...** встановлюється опція **Midside Nodes on Surfaces**.

На рис.5.1-б показана отримана СЕС сектора диска, що містить 306 115 вузлів і 1083429 СЕ 2-го порядку апроксимації, в якій сітки на поверхнях А і Б ідентичні.

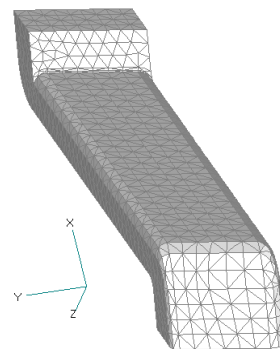
5.2. Створення скінченно-елементної моделі лопатки другої компресорної ступені ТРД і стопорної пластини для неї.

Для СЕС лопатки умови, подібні СЕС диска, не висуваються, тому можна СЕС створювати традиційно.

У FEMAP дається команда **Mesh→Geometry→Solids**, на панелі, що з'явилася вибирається Property – **Solid-BT3-1**, активується опція **Midside Nodes**, за допомогою кнопки **Options...** встановлюється опція **Midside Nodes on Surfaces**. На рис.5.4-а показана отримана СЕС лопатки 2-ї ступені компресора ТРД.



а)



б)

Рис. 5.4. Скінченно-елементні сітки: а) - лопатки 2-го ступеня компресора ТРД; б) - стопорної пластини для неї

При створенні СЕС стопорної пластини дії аналогічні. На рис.5.4-б показана (зі збільшенням) отримана СЕС для лопатки 2-го ступеня компресора ТРД.

5.4. Задання температурних і силових граничних умов.

Для задачі стаціонарної теплопровідності досить задати однакову початкову температуру T_0 для диска, лопатки і стопорної пластини, а також для тих, що вступають у взаємодію з нагнітаємим повітрям поверхонь лопатки і диска - температуру середовища \hat{T}_∞ (див. формулу (1.5) і таблицю 3.2), яка відповідає температурі повітря, а також коефіцієнт конвективного теплообміну (прийнято, що $\alpha = 10^4$ Вт/м²К).

Оскільки розглядаємо сталий режим польоту, то вирішується завдання стаціонарної теплопровідності. Природно, що в цьому випадку в результаті проведеного розрахунку вся система буде мати температуру, що відповідає температурі середовища \hat{T}_∞ . Тому в цьому випадку (стаціонарний режим) з метою прискорення розрахунку задання усталеної теплопровідності системи диск-лопатка-пластина можна не вирішувати, а призначити у всіх вузлах СЕС системи поточну температуру (як навантаження), що дорівнює \hat{T}_∞ .

Транзитний крутний момент M_{Tr} , переданий через диск, задаємо в FEMAP зосередженої силою P , прикладеної до «ведучого» вузла (про «ведучий» вузол див. Розділ 5.5.2) на поверхні Γ (див. рис.5.1-а) в напрямку осі і проти обертання. Ця сила $P = M_{кр} / r_{cp}$, де r_{cp} – середній радіус поверхні Γ .

FEMAP рівномірно розподілить цю силу на всі вузли, пов'язані з «провідним» вузлом, в тому числі і на нього.

Для всіх трьох тіл задається швидкість обертання ω (див. табл.3.2) щодо осі, тобто задається нагрузка інерційним відцентровим навантаженням $\bar{\rho}\omega^2\rho$, де $\bar{\rho}$ – питома густина матеріалу (див. табл.3.1), ρ – поточний радіус.

До передньої поверхні лопатки (рис.5.1-а) прикладається амплітудне значення пульсуючого тиску (від газового потоку, див. Табл.3.2).

5.5. Задання граничних умов в переміщеннях.

Для вирішення крайової задачі про напружено-деформований стан диска необхідно задати три варіанти граничних умов в переміщеннях (див. Розділ 3.2):

- умови, що забороняють вузлів поверхні В (див. Рис.5.1-а) зміщуватися в напрямку осей θ і Z (циліндрична система координат).
- умови знаходження вузлів площини Γ (див. рис.5.1-а) в площині, перпендикулярній осі Z , що рівносильно заданню для них умов однакової деформації в напрямку осі Z ;
- умови циклічної симетрії.

Перші два варіанти легко задаються інструментами програми FEMAP і будуть описані в Розділах 5.5.2 та 5.5.3.

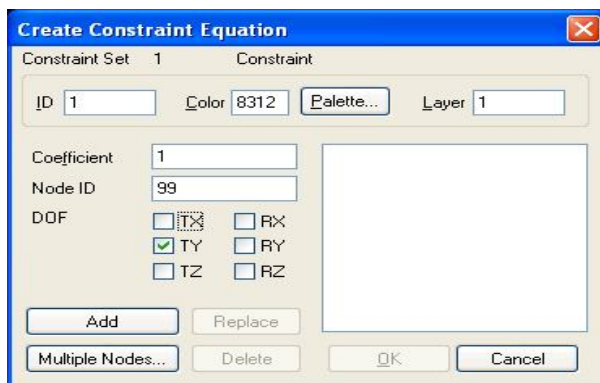
В FEMAP є інструмент, формально підходящий і для завдання умов циклічної симетрії. Відповідний діалог викликається командою **Model->Constraint→Equation....** За допомогою цього діалогу послідовно вказуються коефіцієнти формульного зв'язку, номери вузлів і зв'язуються

ступені свободи вузлів (див. Рис.5.8). Рівняння зв'язку переміщень двох вузлів з номерами m і n в i -м напрямку, прийняте в FEMAP, має вигляд:

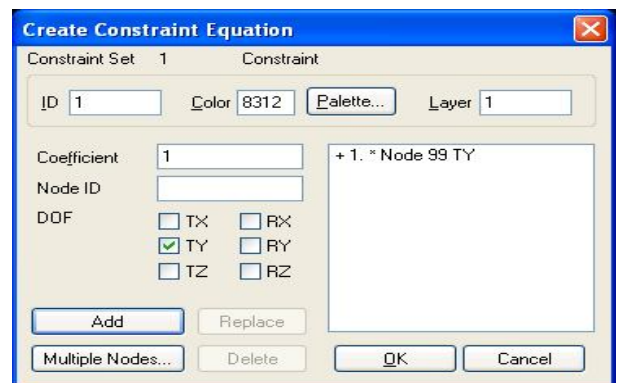
$$a_1(U_i)_m + a_2(U_i)_n = 0.$$

Для того, щоб отримати $(U_i)_m = (U_i)_n$, необхідно задати $a_1 = -a_2$, наприклад, $a_1 = 1$; $a_2 = -1$.

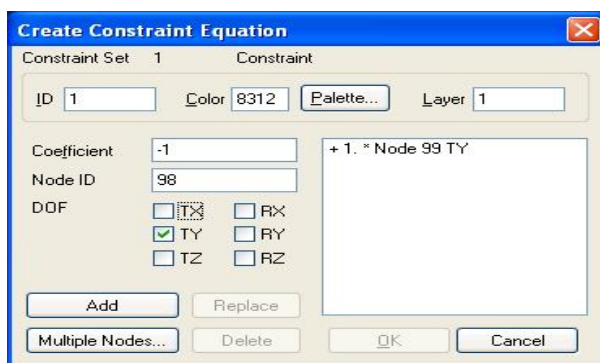
Так як в моделі диска ТРД таких вузлів - сотні, а в кожному - по три ступені свободи, то введення рівнянь зв'язку, які задають умови циклічної симетрії в моделі диска ТРД, стає надзвичайно трудомісткою операцією.



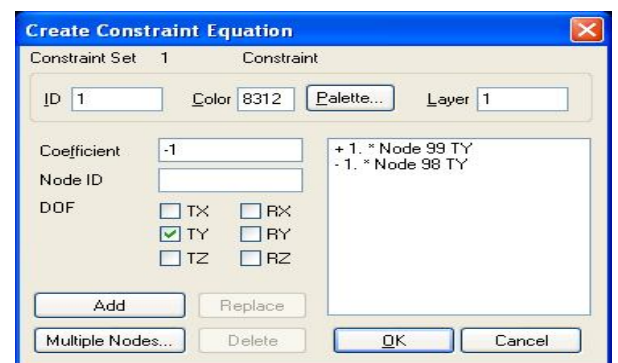
а)



б)



в)



г)

Рис.5.8. Послідовний вид діалогової панелі для введення рівняння рівності переміщень у вузлах 99 і 98 в напрямку осі, тобто рівняння: а) - до натискання кнопки Add; б) - відразу після натискання кнопки Add; в) - до натискання кнопки Add; г) - відразу після натискання кнопки Add, перед натисканням кнопки ОК

Проблему запропоновано вирішити таким чином. Як виявилось, практично всі пакети програм передають завдання на рахунок з препроцесора в процесор через файл, який створюється в текстовому форматі. Є і ще один варіант створення файлу текстового формату: формат збереження / імпорту інформації про проект, наприклад, через формати **.NEU**, **.UNV**, **.PAT** з FEMAP.

Тому виникає можливість модифікувати такий файл, вставивши в нього відповідний текст, який можна сформувати в спеціально створеній програмі.

У зв'язку з цим для завдання умов циклічної симетрії в диску ТРД в середовищі **MS Visual C ++ 6.0** була створена спеціальна програма з назвою **Symmetry**, яка дозволяє створити необхідну текстову вставку в файл формату **.NEU.5.4.1**. Програма для задання умов циклічної симетрії і задання таких умов в моделі диска ТРД

Ця програма повинна виконувати такі операції:

- читати з текстового формату (з інформацією про проект) координати вузлів СЕС тіла;
- в діалоговому режимі отримувати від користувача інформацію про умови пошуку пар вузлів циклічної симетрії (ПВЦС): напрямок, крок і точність пошуку таких пар вузлів;
- в автоматичному режимі здійснювати пошук ПВЦС;
- для знайдених ПВЦС формувати текст формульної зв'язку переміщень, зберігаючи його у відповідному форматі в файл з інформацією про проект або в новий файл. При цьому є сенс одночасно виправляти невеликі невідповідності в координатах ПВЦС.

Така програма була створена з назвою **Symmetry**. Її застосування дозволяє всього за кілька хвилин ввести в файл проекту формату **.NEU** умови циклічної симетрії. У додатку до роботи наведено текст авторської частини програми **Symmetry**. Деякі пояснення до неї будуть дані трохи нижче.

Інформацію про формат запису **.NEU** можна знайти в текстовому документі FEMAP (в файлі з назвою **neutral.doc** або **neutral.pdf**, в залежності від версії FEMAP), який можна знайти в одній з папок пакета програм FEMAP.

Отже, спочатку необхідно зберегти модель диска ТРД в файлі формату **.NEU**. Перед цим в програмі FEMAP для моделі диска ТРД необхідно створити порожній набір під майбутні умови закріплення. даємо команду **Model→Constraint→Set...**; на діалоговій панелі, що з'явиться, введемо назву набору, наприклад **Constraint**. Потім з програми FEMAP командою експорту **File→Export→Femap Neutral...** всю модель диска ТРД записуємо в файл з назвою, наприклад, **disk.neu**, тобто в текстовому форматі **.NEU**.

Запускається програма **Symmetry**, дається стандартна команда на відкриття файла **disk.neu**. Програма читає з файлу координати вузлів диска ТРД. Після закінчення процесу читання з'являється діалогова панель для введення параметрів циклічної симетрії.

На рис.5.9 зображений вид цієї діалогової панелі. На ній:

- встановлюємо опцію, що інформація в діалозі задається в циліндричній системі координат;
- вибираємо другий варіант (можливий при завданні циліндричній системі координат), в якому лише вказуємо кількість секторів на диску: 79;
- вказуємо допуск (точність) на збіг координат вузлів: 0.001 мм або градусів;

- вказуємо умова виключення (докладніше - в розділі 5.2.2): координату Z поверхні В (вище) і координату Z поверхні Г (нижче).

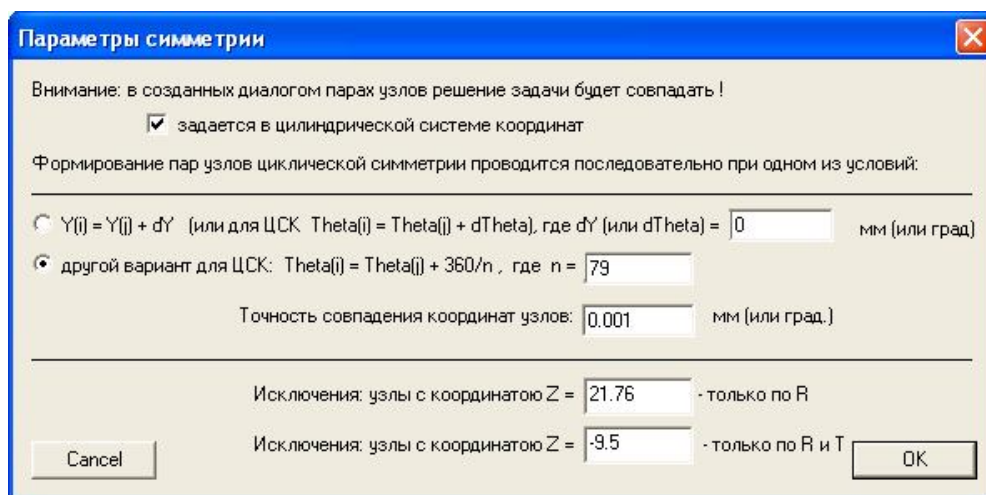


Рис.5.9. Діалогова панель введення параметрів циклічної симетрії

Деякі пояснення до формату .NEU.

В форматі .NEU вся інформація дається блоками конкретного призначення. Кожен блок оформляється таким чином:

-1
N
вміст блока
-1

Тут N – номер блока. Перед знаками маркування початку і кінця блоку, тобто перед -1, а також перед його номером - по три пробіли. Вміст блоку записано рядками, без пробілів на початку рядків.

Блок з координатами вузлів має номер 403. Характерне заповнення блоку 403 таке:

-1
403
1,0,0,2,46,0,0,0,0,0,198.758357501,-22.8201428111,-5.25,0,
2,0,0,2,46,0,0,0,0,0,200.126686861,-22.9996827116,-5.25,0,

3,0,0,2,46,0,0,0,0,0,200.317364309,-21.6429398093,-5.25,0, -1

У рядках з вмістом блоку (нижче рядки із записом 403), коми відокремлюють позиції, в яких вказані характерні для вузлів СЕ значення.

З цих рядків програмі **Symmetry** необхідні значення:

- позиція 1: номер вузла;
- позиція 12: координата вузла;
- позиція 13: координата вузла;
- позиція 14: координата вузла.

Враховано, що програма FEMAP в форматі .NEU координати вузлів виводить тільки в декартовій системі координат, незалежно від того, в якій системі вони задані в FEMAP.

Пошук блока 403 програма **Symmetry** здійснює шляхом послідовного прочитання рядків з файлу **disk.neu**.

Всі прочитані дані про номери вузлів і їх координати розміщуються у відповідні масиви програми **Symmetry**.

Потім на екрані монітора з'являється діалог для введення параметрів циклічної симетрії, вже зображений на рис.5.9, і на основі введених даних програма знаходить пари вузлів з однаковими координатами R і Z , в яких кутова координата θ відрізняється на кут $360/79 \approx 4.556962$ градусів. Це і є пари вузлів циклічної симетрії. Для сформованого списку з пар вузлів циклічної симетрії з рівняннями зв'язку для всіх трьох ступенів свободи вузлів окремо програма створює файл в текстовому форматі .NEU з назвою **Constraint_plus.neu**.

Цей файл буде заповнений рядками, в яких через кому задаються дані про номер ступеня свободи двох вузлів пари вузлів циклосиметрії (ПВЦС) і

рівняння зв'язку переміщень цих вузлів у зазначеному напрямку, прийняте в FEMAP. Як вже було описано на початку Розділу 5.5, рівняння зв'язку переміщень двох вузлів з номерами i в $-m$ напрямку, прийняте в FEMAP, має вигляд: $a_1(U_i)_m + a_2(U_i)_n = 0$.

Для того, щоб отримати $(U_i)_m = (U_i)_n$, необхідно задати $a_1 = -a_2$, наприклад, $a_1 = 1$; $a_2 = -1$.

Для кожного ступеня свободи кожної ПВЦС, відповідно до формату .NEU, виводяться мініблок з чотирьох рядків. На рис.5.10. показано характерне вміст такого мініблока (номер мініблока - 30, в першому рядку мініблока), для вузлів ПВЦС з номерами 47 (перше число в третьому рядку) і 284 (перше число в четвертому рядку). Після номера вузла варто номер ступеня свободи вузла (тут для обох вузлів - 3), а потім - коефіцієнт формули (тут 1. для вузла 47 і -1. - для вузла 284). Другий рядок блоку містить вказівку на кількість доданків у формулі (тут всюди 2).

30,8312,1,
2,
47,3,1.,
284,3,-1.,

Рис.5.10. Характерне зміст мініблока для вузлів ПВЦС, що задає рівняння зв'язку між переміщеннями вузлів 47 і 284 в напрямку Z

Вміст файлу з назвою Constraint_plus.neu потім за допомогою текстового редактора необхідно вставити в файл disk.neu в блок 506.

Блок 506, якщо в FEMAP не створювати ніякого набору до умов закріплення (командою **Model→Constraint...**) – пустий. Якщо такою командою створений набір з номером 1 і ім'ям Constraint, але порожній, то блок 506 буде таким, як показано на рис.5.11:

```
-1
506
1,
Constraint
-1,-1,-1,0,0,0,0,0,0,
-1,-1,-1,0,0,0,0,0,0,
-1,-1,-1,0,0,0,0,0,0,
-1,-1,-1,0,0,0,0,0,0,
-1,-1,-1,
-1
```

Рис.5.11. Блок 506 файла .NEU з порожнім набором номер 1 з ім'ям Constraint під умови закріплення вузлів

З цього і з пояснень формату в файлах neutral.doc або neutral.pdf слід, що порожній набір містить кілька рядків, що містять номер і назва набору, а також п'ять рядків зі стандартним наповненням, службовців роздільниками між характерними підблоков блоку 506.

Вміст файлу з назвою Constraint_plus.neu за допомогою текстового редактора необхідно вставити в файл disk.neu в блок 506 перед строкою -1, -1, -1, тобто майже в кінець блоку 506.

На рис.5.12 показано характерне зміст блоку 506 після вставки в нього інформації про формульної зв'язку між трьома ступенями вузлів з номерами 47 і 284 (номера мініблоков - 28, 29 і 30).

Після цього програмою FEMAP командою **File→Import→Femap Neutral...** імпортуємо модель диска ТРД з файлу disk.neu з уже призначеними зв'язками між вузлами пар циклічної симетрії. Тим самим завершується введення умов циклічної симетрії для диска ТРД.

-1
506
1,
Constraint
-1,-1,-1,0,0,0,0,0,0,
-1,-1,-1,0,0,0,0,0,0,
-1,-1,-1,0,0,0,0,0,0,
-1,-1,-1,0,0,0,0,0,0,
28,8312,1,
2,
47,1,1.,
284,1,-1.,
29,8312,1,
2,
47,2,1.,
284,2,-1.,
30,8312,1,
2,
47,3,1.,
284,3,-1.,-1,-1,-1,
-1,-1,-1
-1

Рис.5.12. Блок 506 файла .NEU з набором номер 1 з ім'ям Constraint під закріплення вузлів, з умовами циклічної симетрії для всіх трьох ступенів свободи пари вузлів з номерами 47 і 284

5.4. Завдання інших граничних умов в переміщеннях.

Умови, які забороняють вузлів поверхні В (див. Рис.5.1-а) зміщуватися в напрямку осей θ і Z (циліндрична система координат) задаються стандартним чином: дається команда **Model→Constraint→Nodal...**, вибираються вузли на поверхні В (див. рис.5.1-а), на діалоговій панелі, що з'являється, встановлюються ознаки вибору на опціях **TT** (переміщення по) і **TZ** (переміщення по). Тут саме місце пояснити, про яке виключення йде мова в діалоговій панелі, зображеній на рис.5.9.

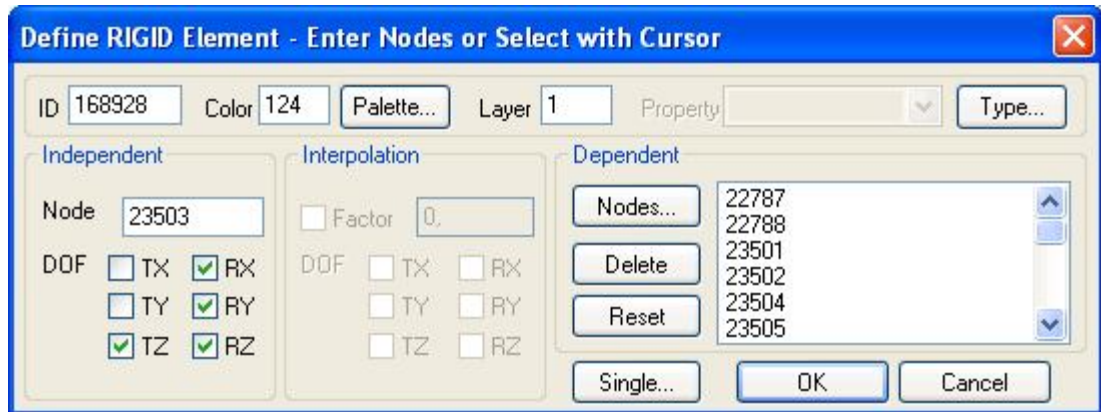
Справа в тому, що на стику поверхонь А з В і Б з В розташовуються вузли, які потрапили б в два списки: по-перше, вузлів з заданими умовами циклічної симетрії, по-друге - з закріпленням за напрямками осей θ і Z . Як з'ясувалося, це конфлікт, який потім в NASTRAN призведе до фатальної помилки. Пріоритет віддаємо другій умові: закріплення цих вузлів за напрямками осей θ і Z . Саме тому в діалоговій панелі, зображеної на рис.5.9 введено виняток: в вузлах пар циклічної симетрії, що мають задану координату (а це має бути координата Z вузлів на стику поверхонь А з В і Б з В, умова циклічної симетрії буде здаватися тільки по координаті R).

Умови перебування вузлів площини Г (див. Рис.5.1-а) в площині, перпендикулярній осі Z , рівносильні заданням для них умови однакової деформації в напрямку осі Z , задається таким чином:

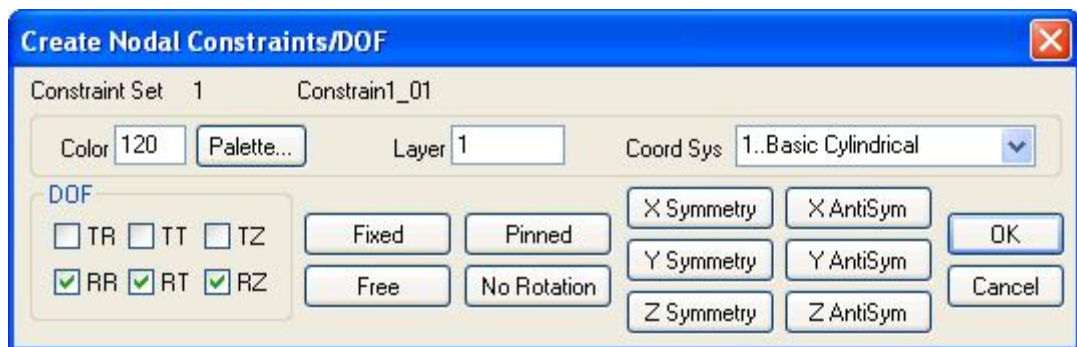
- дається команда **Model→Element...** На діалоговій панелі, яка з'явиться, за допомогою кнопки **Type...** необхідно вибрати тип елемента типу **Rigid**. Діалогова панель створення SE матиме вигляд, зображений на рис.5.13-а;

- з неї кнопкою **Nodes...** необхідно визвати панель вибору вузлів. Необхідно вибрати всі вузли, на поверхні Г (див. рис.5.1-а);

- з списку вузлов за допомогою кнопки **Delete** необхідно видалити один з них (краще той, що лежить приблизно посередині поверхні Γ), але при цьому внести його номер (можна з клавіатури) в полі **Node** секції **Independent**. Це буде «ведучий» (Independent) вузол.



а)



б)

Рис.5.13. Діалогові панелі при завданні: а) зв'язку між вузлами поверхні Γ (див. Рис.5.1-а) за допомогою кінцевого елемента типу Rigid; б) в провідному вузлі заборони вузлів обертатися

- в секції **Independent** необхідно вказати, які ступені свободи вузлів будуть жорстко зв'язані: **TZ**, **RX**, **RY**, **RZ**. Саме цій ситуації відповідає зображення на рис.5.13-а. Залишилось дати команду **ОК**. Враховано, що в вузлах на перетині поверхонь A с Γ і B с Γ , які входять в пари вузлів циклічної симетрії, умова циклічної симетрії по напрямку осі Z не задавалось (див. Розділ 5.5.1 і рис.5.9);

- залишилось задати в «ведучому» вузлі, номер якого помістили в полі **Node** групи **Independent**, заборону обертатись, тобто дати команду **Model→Constraint→Nodal...**, ввести номер вузла, відмітити опції **RX**, **RY**, **RZ** (див. рис.5.13-б).

На рис.5.14 зображений зовнішній вигляд КЕС і зв'язків типу Rigid на поверхні Г диска ТРД: від «провідного» вузла віялом розходяться промені-елементи типу Rigid (жорсткого зв'язку).

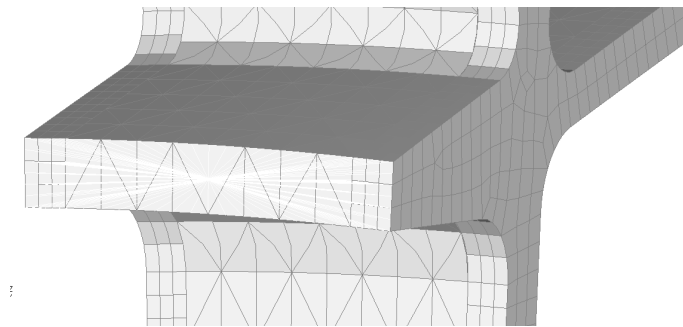


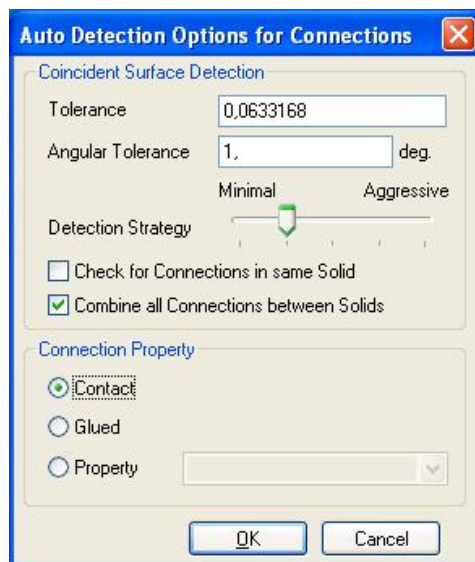
Рис.5.14. Зовнішній вигляд КЕС і зв'язків типу Rigid на поверхні Г диска ТРД

5.5. Задання контактних граничних умов.

Контактні граничні умови в FEMAP можна задавати, використовуючи геометричні елементи моделі, а саме поверхні, які можуть вступити в контакт, або які не дадуть тіл в процесі ітераційного пошуку зон контакту "не втратити один одного".

Для цього спочатку необхідно використовувати команду **Connect→Automatic...** Вибираються всі тіла, які беруть участь в контактних взаємодіях (диск, лопатка, пластина), з'являється діалогова панель (див. Рис.5.15-а), на якій вказуються допуски на захоплення (в мм і кутах), а також тип властивостей створюваної моделі: **Contact**. Після команди **ОК** в автоматичному режимі буде створена модель контакту тіл. На рис.5.15-б

зображена частина інформаційної панелі **Model Info** після автоматичного створення моделі контакту: створені розділи **Property**, **Regions** і **Connectors**.



а)



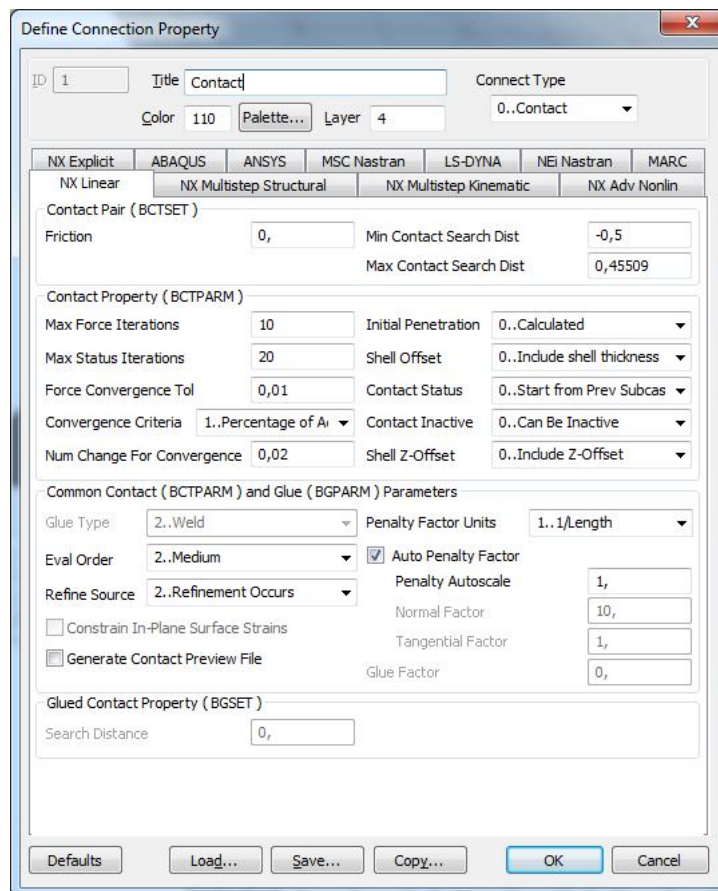
б)

Рис.5.15. Діалогові панелі: а) - автоматичного створення моделі контакту тіл; б) - інформаційна Model Info

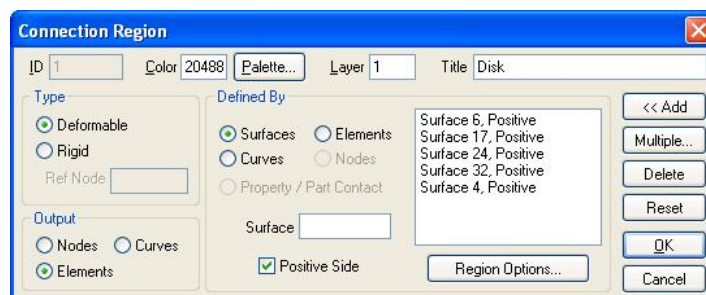
Необхідно провести редагування контактної моделі.

Зокрема, в **Properties**→**1..Contact** відкривається панель, зображена на рис.5.16-а. На ній, на вкладці **NX Linear**, необхідно розширити діапазон пошуку контактних поверхонь при їх деформації: ввести в полі **Min Contact Search Dist** від'ємне значення (за замовчуванням - нуль). Ще є сенс в полях **Max Force Iterations** и **Max Status Iterations** збільшити кількість ітерацій до

отримання заданої **Force Convergence Tol** точності в 0.01 (за замовчуванням – 20).



а)

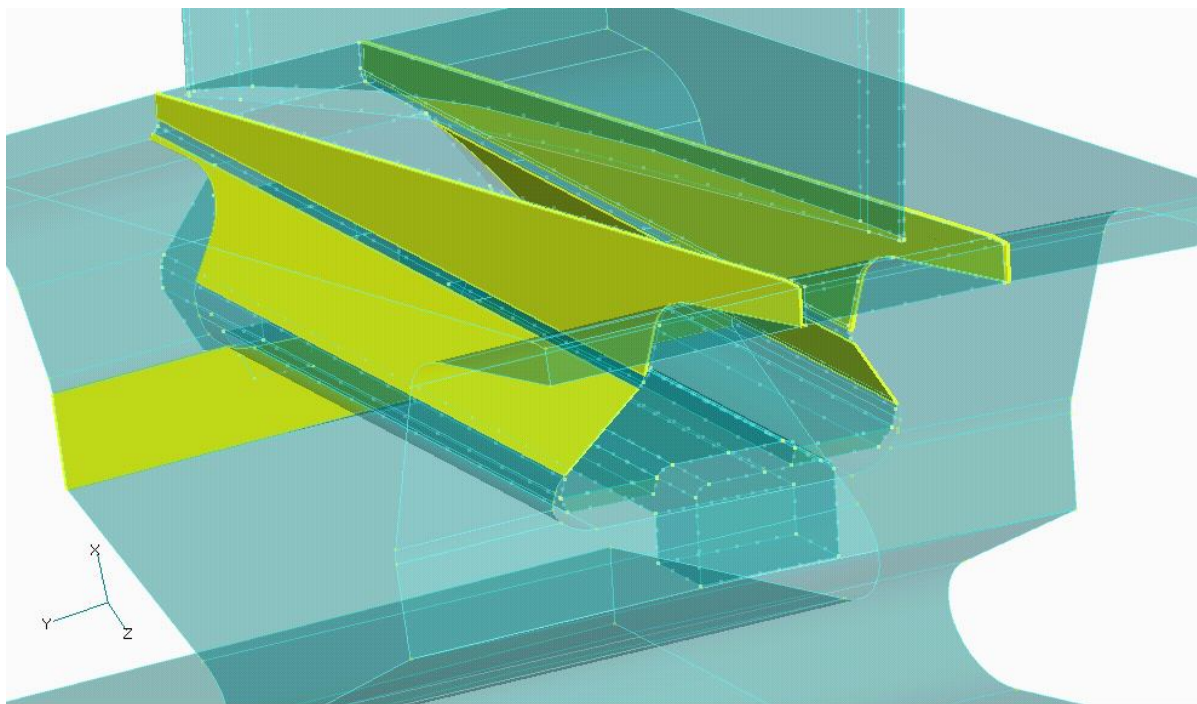


б)

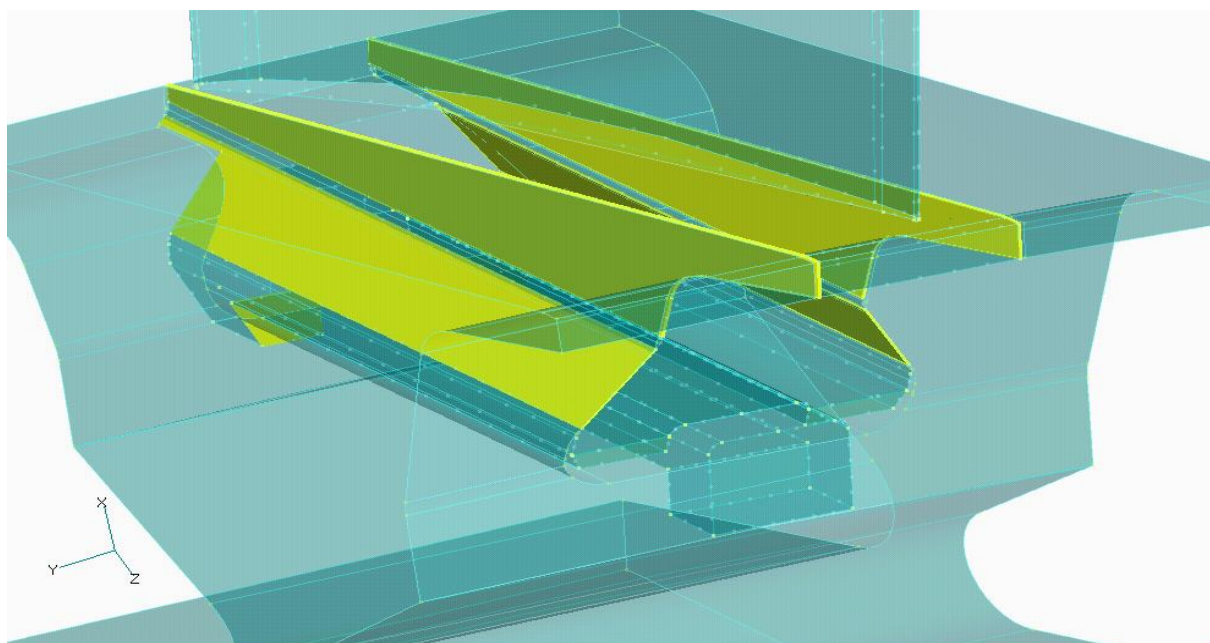
**Рис.5.16. Діалогові панелі: а) - загальних властивостей контактних зон;
б) - редагування можливої зони контакту в одній з контактних пар (регіону)**

Як показали перші спроби розрахунків, задовільного результату не виходить, оскільки в ітераційне процесі вирішення контактної задачі алгоритм NX Nastran чомусь втрачає зони контакту лопатки з диском. Для

виправлення ситуації виявилось достатнім ввести в можливу зону контакту ще кілька поверхонь. Для цього на панелі **Model Info** в відповідне поле **Regions** потрібно натиснути правою кнопкою «миші» і вибрати команду **Edit**. З'являється діалогова панель, зображена на рис.5.16-б.



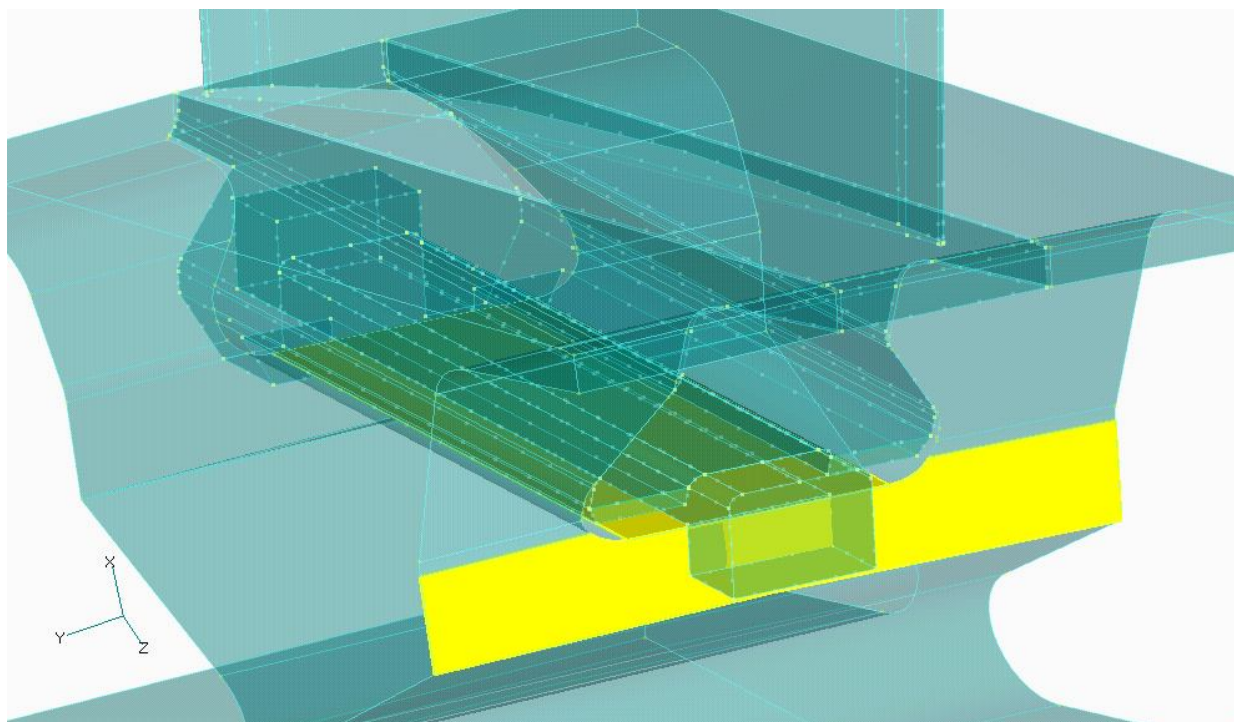
а)



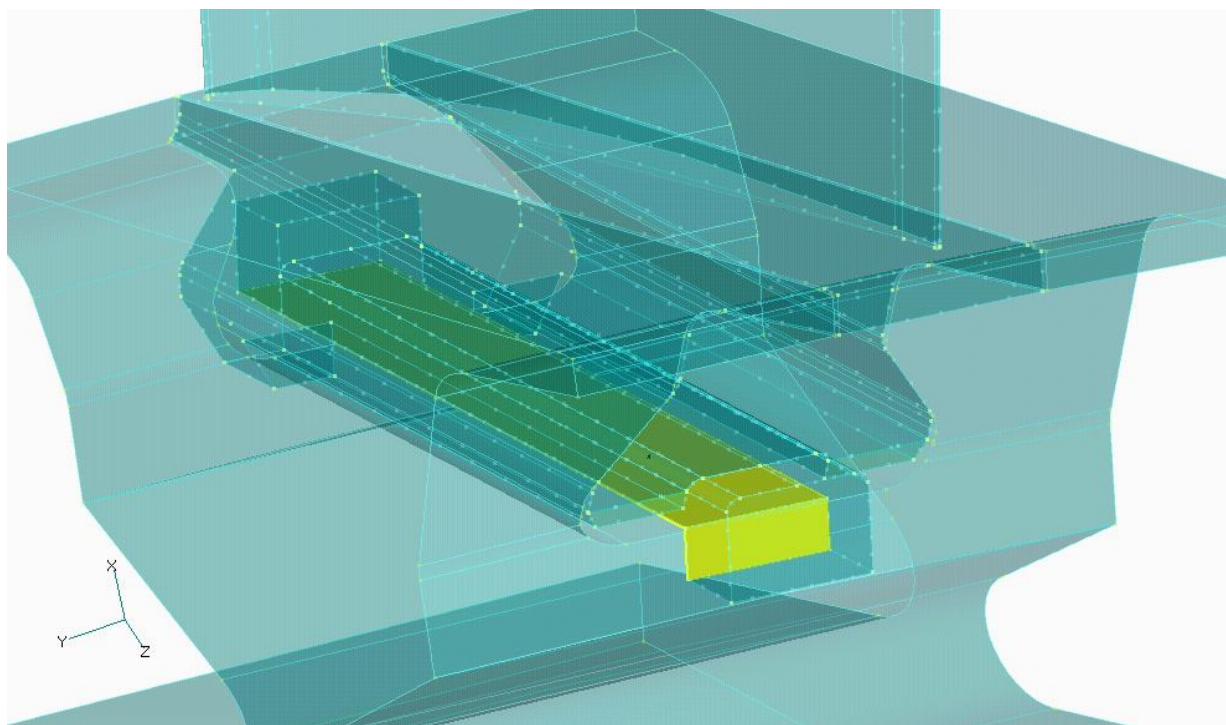
б)

Рис.5.17. Поверхні можливого контакту системи диск-лопатка в:
а) - диску; б) - лопатці

Зокрема, для контактної пари диск-лопатка (**Region 3 і Region 4**) додали по дві бічні сторони перерізу (див. рис.5.17), які формально в контакті не беруть участь.



а)

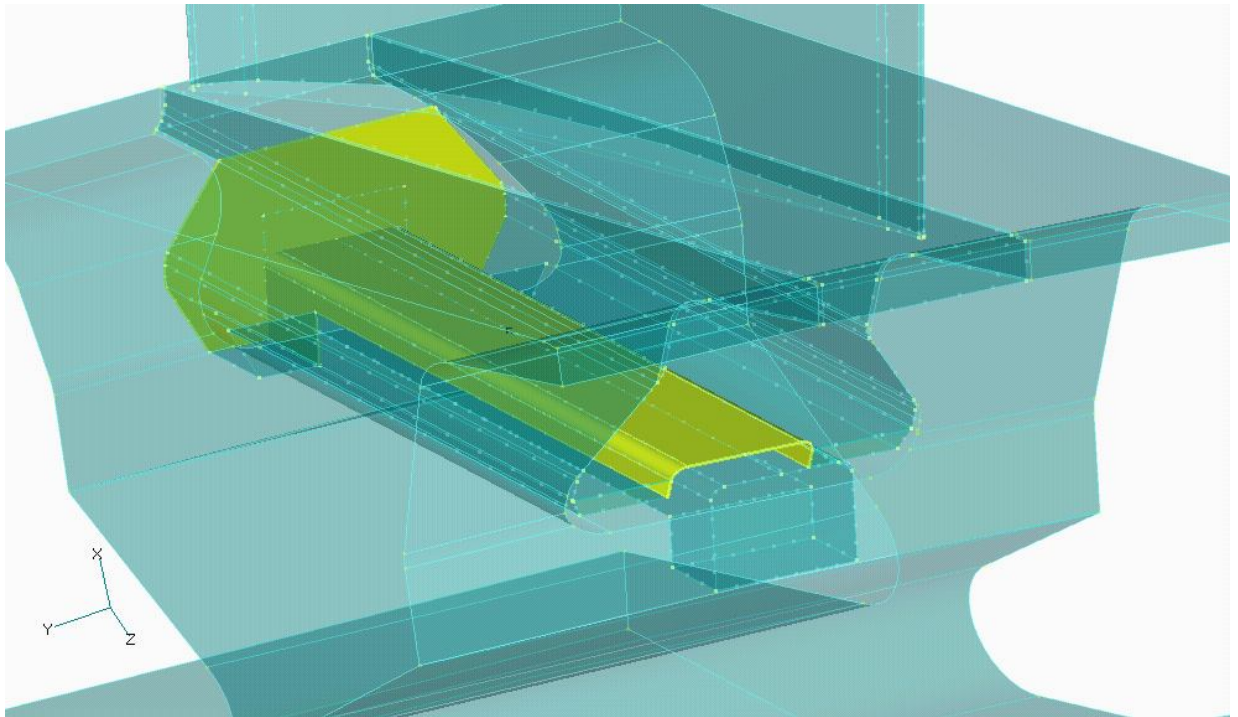


б)

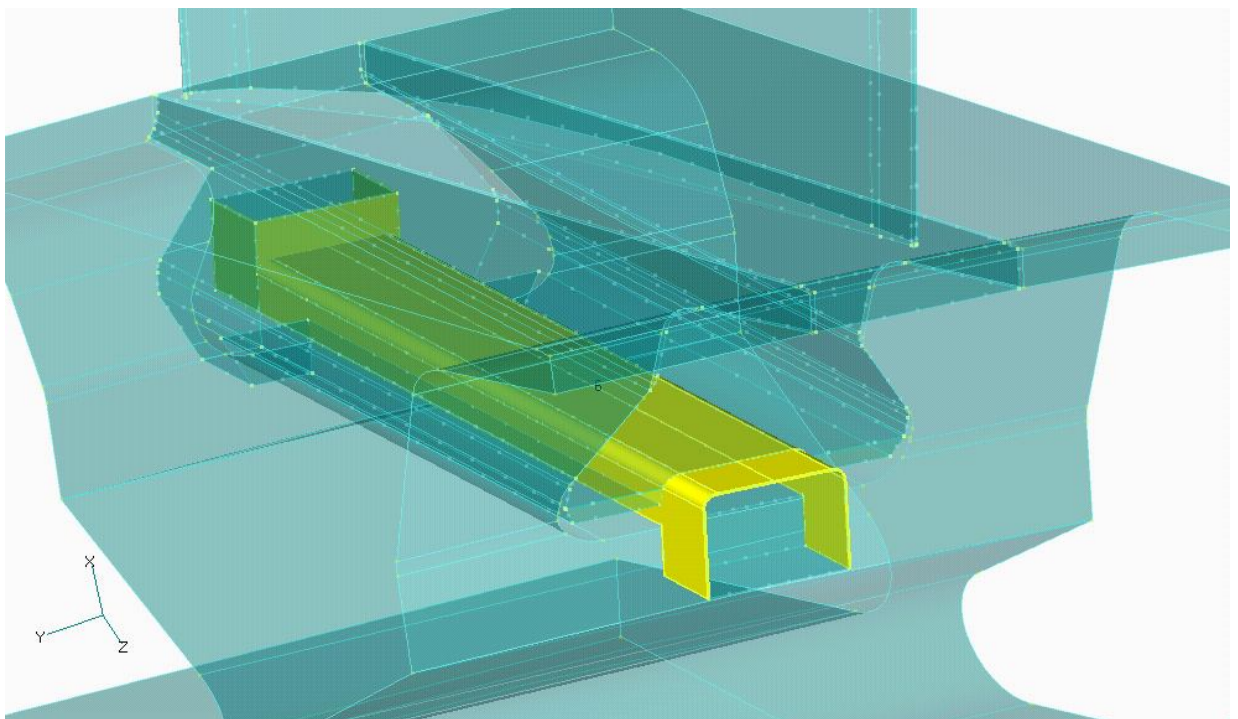
Рис.5.18. Поверхности возможного контакта системы диск-пластина в:

а) – диске; б) – пластине

Для контактної пари диск-пластина (**Region 5 і Region 6**) змін не проводили
(див. Рис.5.18).



а)



б)

Рис.5.19. Поверхні можливого контакту системи лопатка-пластина в: а) - лопатці; б) - пластині

Для контактної пари лопатка-пластина (**Region 1** і **Region 2**) додали бічні сторони перерізу лопатки під пластину і самої пластини (див. Рис.5.19), які формально в контакті не беруть участь.

5.6. Висновки

В даному розділі створена і описана методика створення скінченно-елементної моделі (СЕМ) сектора диска ТРД з встановленою на ньому лопаткою на основі створених геометричних моделей:

1. Описана методика створення скінченно-елементної сітки сектора диска другої компресорної ступені ТРД (розділ 5.1);
2. Описана методика створення скінченно-елементних сіток лопатки другої компресорної ступені ТРД і стопорної пластини для неї (розділ 5.2);
3. Описана методика задання температурних і силових граничних умов (розділ 5.3);
4. Описана методика задання граничних умов в переміщеннях (розділ 5.4), в тому числі:
 - створена програма для завдання умов циклічної симетрії і сам процес задання таких умов в моделі диска ТРД;
 - задання інших граничних умов в переміщеннях;
5. Описана методика задання контактних граничних умов в переміщеннях (розділ 5.5).

6. Результати розрахунків, висновки і рекомендації

В результаті проведених розрахунків отримано ряд рішень крайових задач для диска компресора ТРД.

Результати рішення виходять в табличному форматі, який програма Гетар може відобразити на екрані монітора в графічному вигляді, тим самим з'являється можливість бачити і аналізувати їх, тобто розподіл температур, величини деформацій, напружень та інші на поверхні тіл, в будь-якому їх перетині, а також в кожному вузлі.

6.1. Установившееся тепловое состояние системы диск-лопатка-пластина ТРД. Результаты решения краевой задачи о напряженно-деформированном состоянии диска ТРД при учете только температурных деформаций

У розділі 5.4 було зазначено, що, оскільки розглядаємо сталий режим польоту, то повинна вирішуватися завдання стаціонарної теплопровідності. Природно, що в цьому випадку в результаті проведеного розрахунку вся система буде мати температуру, що відповідає температурі середовища \hat{T}_{∞} . Саме стаціонарний режим нами розглядався. Тому, з метою прискорення розрахунків, задання усталеною теплопровідності системи диск-лопатка-пластина вирішували, а призначили у всіх вузлах СЕС системи поточну температуру (як навантаження), що дорівнює \hat{T}_{∞} .

У кожному вузлі диска ТРД маємо зміна температури на величину $\Delta T = \hat{T}_{\infty} - T_0$, що викликає температурні деформації $\varepsilon_{ij} = \delta_{ij} \alpha_T \Delta T$. В умовах обмеженості деформацій температурні деформації викликають напруження, які часто називають температурними. Однак в нашому випадку, а саме для диска без лопатки, отримані результати розрахунку показали, що температурні напруження практично відсутні (частки МПа).

Спроба вирішити в NX / Nastran контактну температурну задачу для системи диск-лопатка-пластина не увінчалася успіхом: мабуть, в NX / Nastran температурна контактна задача не реалізована.

6.2. Результати рішення крайової контактної задачі про напружено-деформований стан системи диск-лопатка-пластина ТРД.

Було проведено розрахунок крайової контактної задачі статичної з урахуванням всіх навантажень. На рис.6.1 ... 6.3 показані деякі результати у вигляді кольорового зображення значень виведеної функції на поверхнях тіл. За результатами розрахунку можна зробити наступні висновки:

1. У результатах повністю проявилися задані умови по переміщенням. По-перше, в вузлах на поверхні В (рис.5.1) переміщення уздовж осі Z дорівнюють нулю. По-друге, в вузлах на поверхні Г (рис.5.1) переміщення уздовж осі Z - однакові, тобто ця поверхня залишилася плоскою і перпендикулярною осі Z. По-третє, переміщення в вузлах пар циклічної симетрії на поверхнях А і Б - однакові у всіх трьох напрямках.

2. Швидке обертання системи диск-лопатка-пластина викликає у всіх точках матеріалу цих тіл відцентрові (масові) сили. Лопатка утримується в лопатковому замку, і це - єдине обмеження в її переміщенні. Виникає контакт між поверхнями прорізу лопатки в диску і відповідними поверхнями

хвостовика лопатки. Від осьового переміщення лопатки в замку утримують, з одного боку, виступи хвостовика лопатки, що спираються на бічну поверхню диска; а з іншого боку - загнутий край стопорної пластини. Стопорна пластина лежить в гнізді хвостовика лопатки і тисне на нього, а також загнутими краями зачіпляється за торці диска і хвостовика лопатки, фіксуючи лопатку в замку. Аналіз отриманого рішення контактної задачі показав, що контактна задача вирішена вірно з точки зору остаточного взаємного положення диска, лопатки і стопорної пластини. Тим самим можна зробити висновок, що NX / Nastran дійсно вирішив крайову статичну задачу про НДС тіл, що знаходяться в контакті, а умови контактної задачі були поставлені вірно.

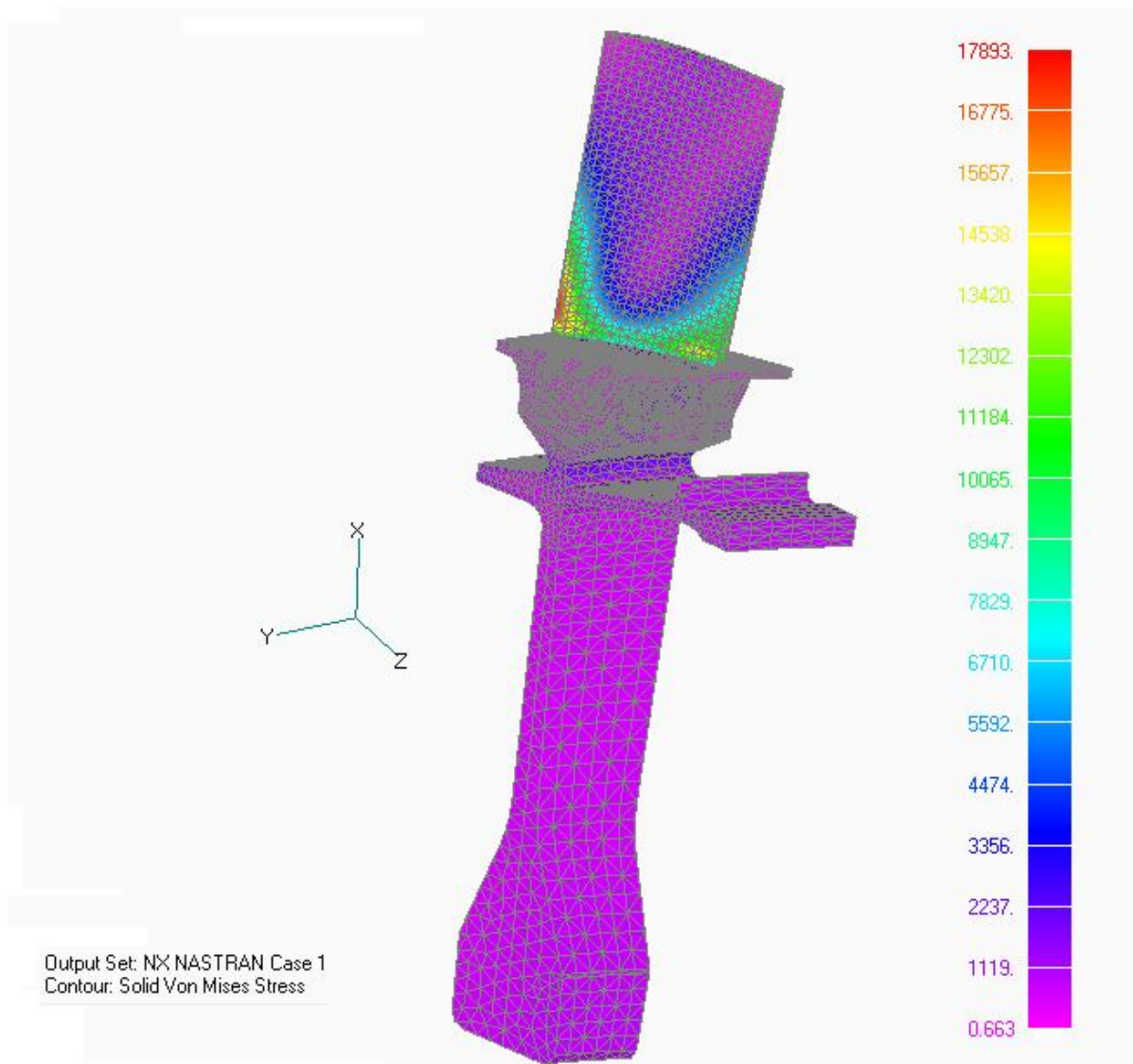


Рис.6.1. Еквівалентні (по Мізесу) напруження в системі диск-лопатка-пластина ТРД. Вид з боку поверхні В

1. Найбільші напруження в системі диск-лопатка-пластина ТРД, як відомо, виникають в основі хвостовика лопатки. Отримане рішення показує саме таку ситуацію (рис.6.1 ... рис.6.3). Оскільки геометрія пера лопатки не є реальною і не містить зони плавного переходу до хвостовика, то рівень розрахункових напружень біля основи пера лопатки отриманий сильно завищеним.

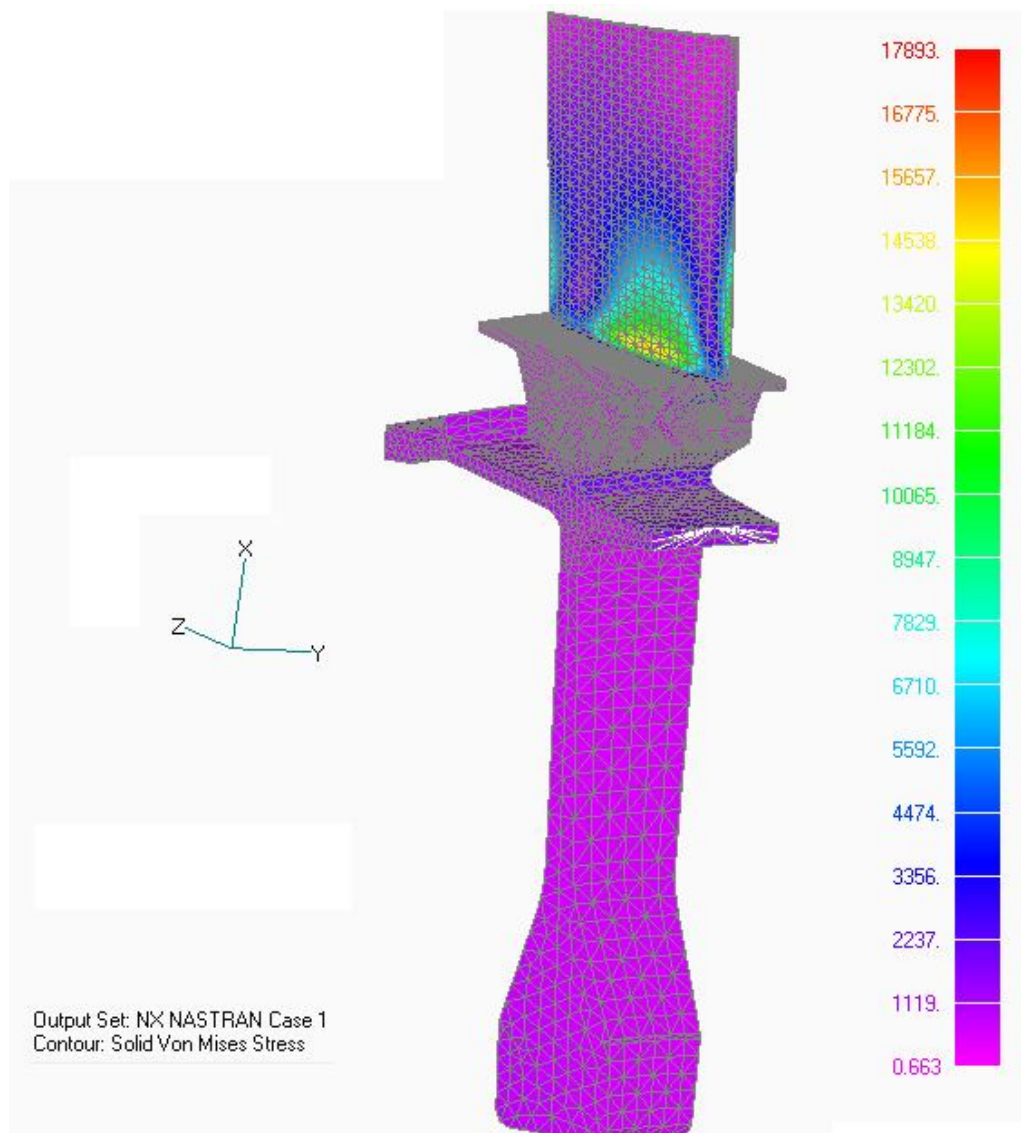


Рис.6.2. Еквівалентні (по Мизесу) напруження в системі диск-лопатка-пластина ТРД. Вид з боку поверхні Г.

1. В диску ТРД, як відомо, найбільший рівень напружень виникає в лопаточному замку, а саме на гострій входній кромці. Саме таку ситуацію отримали в результаті розрахунку (рис.6.4).

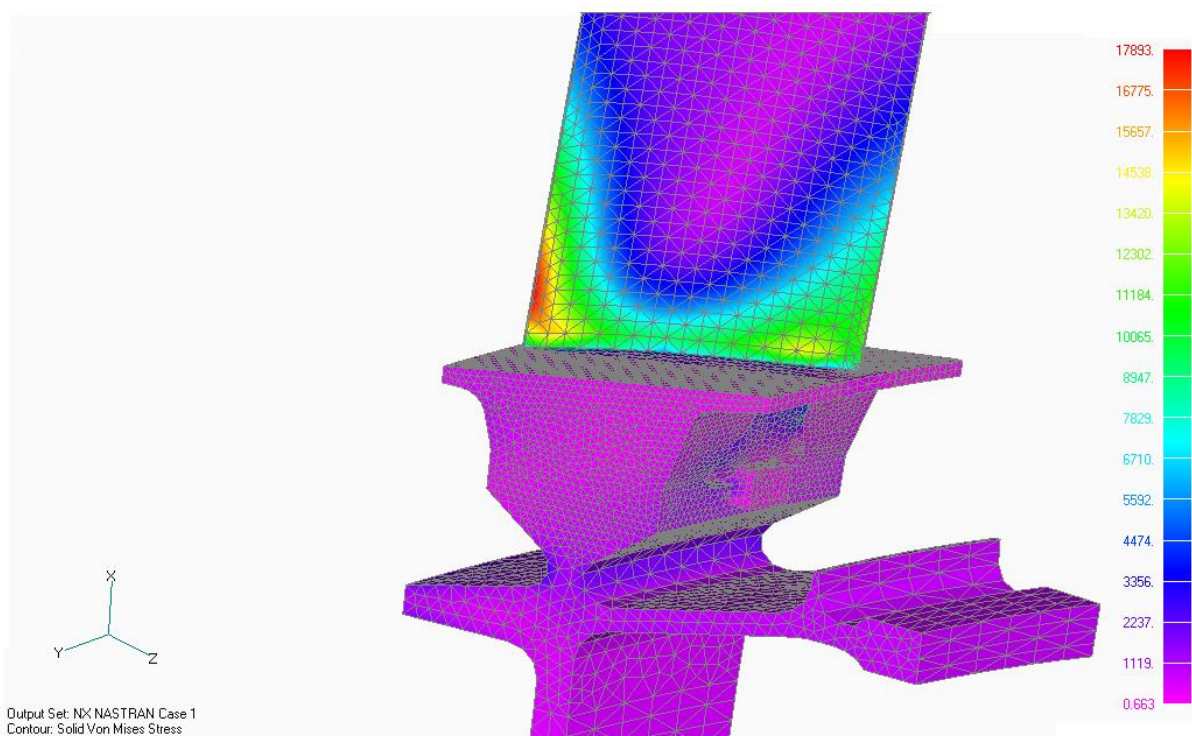


Рис.6.3. Еквівалентні (по Мізесу) напруження біля основи пера лопатки ТРД
(збільшено)

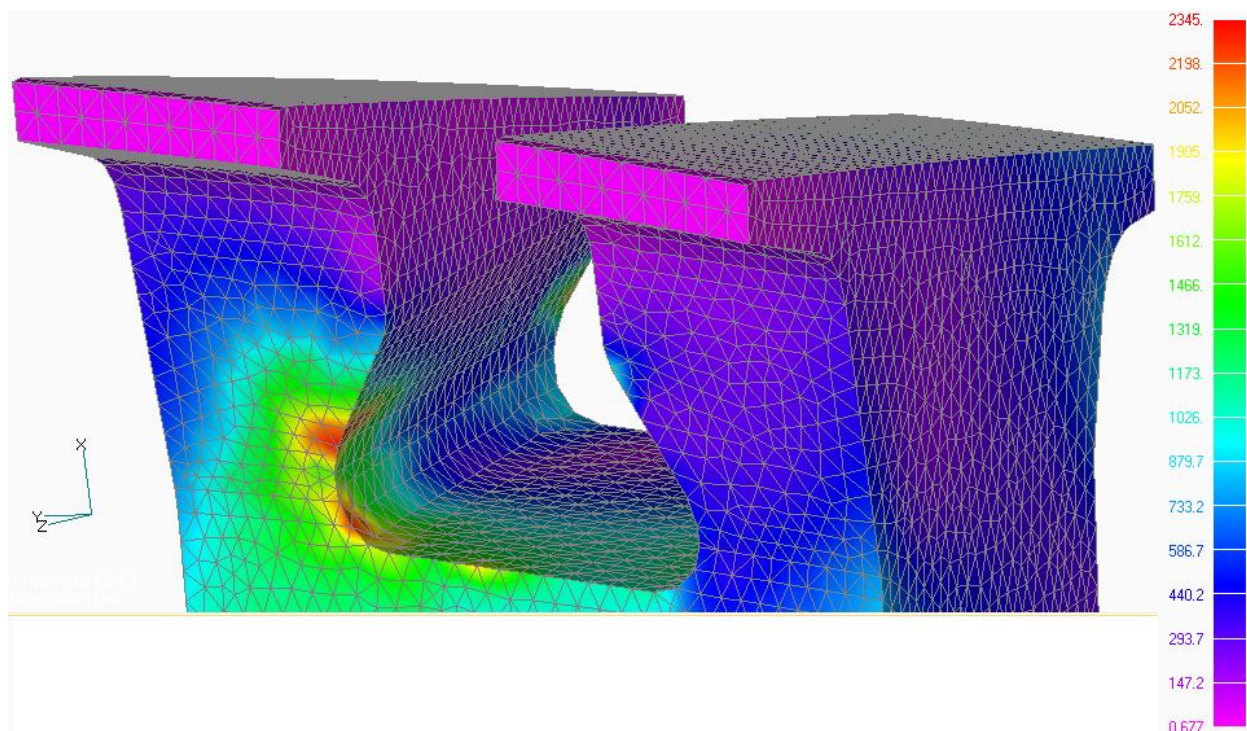


Рис.6.4. Еквівалентні (по Мізесу) напруження в лопатковому замку диска
ТРД (збільшено)

Графіки розподілу напружень в зоні контакту:

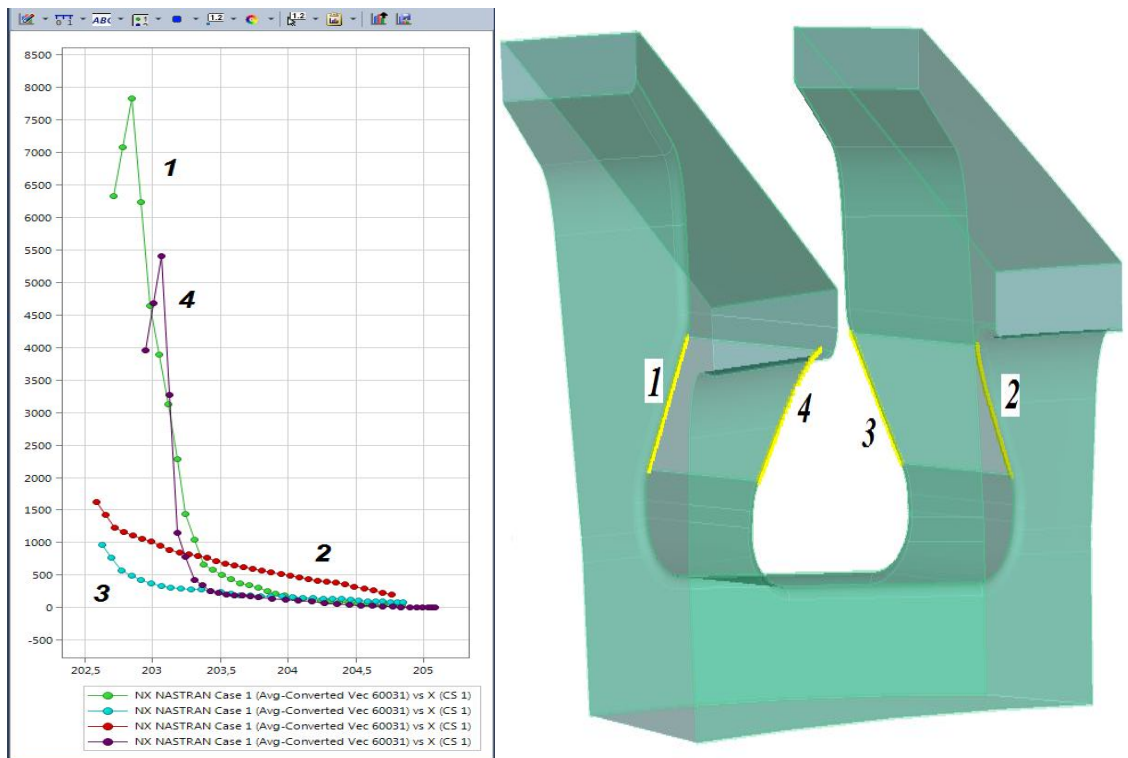


Рис.6.5. Графік еквівалентних напружень (МПа) на кромках замка.

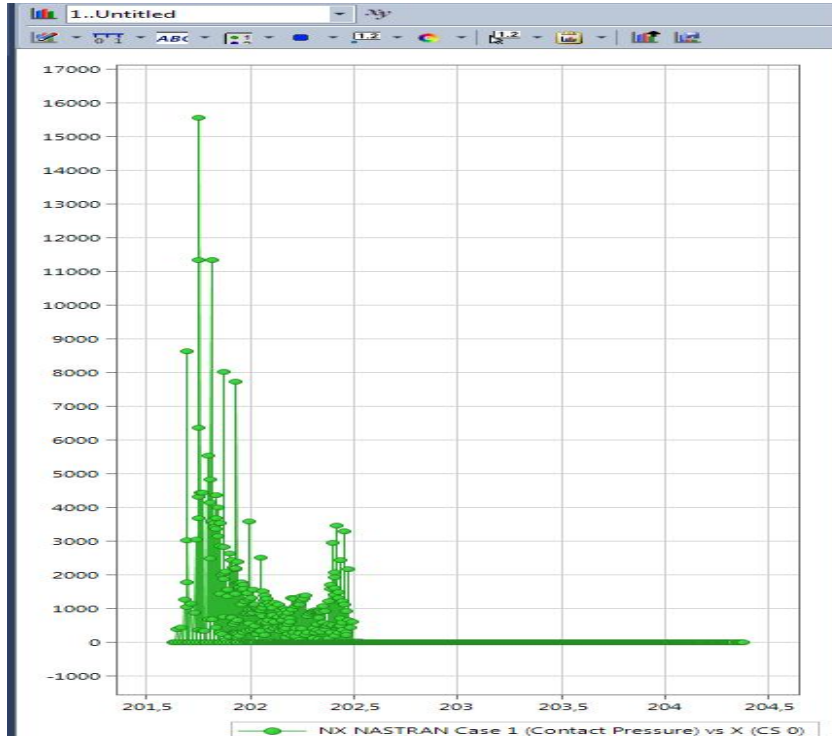


Рис.6.6. Контактний тиск (МПа) на лівій контактній поверхні замка.

6.3. Висновки

1. Результати рішень крайової задачі про напружено-деформований стан диска ТРД при обліку тільки температурних деформацій, крайової контактної задачі про напружено-деформований стан системи диск-лопатка-пластина ТРД відповідають заздалегідь очікуваних результатів. Це говорить про успішне подолання виникаючих проблем і правильність розробленої методики;

2. Графіки розподілу напружень в зоні контакту показали, що максимальні напруження виникають в околі отворів і вирізів в ступичній і обідній частинах, призначених для кріплення лопатки. Саме в цих зонах концентрації напружень найчастіше виникають втомні тріщини.

7 РОЗРОБЛЕННЯ СТАРТАП ПРОЕКТУ

7.1.Опис ідеї проекту

В розділі проведено маркетинговий аналіз стартап проекту, визначені можливості та доцільність його впровадження на ринок.

Таблиця 7.1 Опис стартап-проекту

Зміст проекту	Напрямки застосування	Вигоди для користувача
Чисельні дослідження характеристик контактних напружень у лопатковому замку типу "ластівчин хвіст" диска ТРД	Авіабудівна галузь	1)Точна оцінка границі витривалості
		2) Врахування максимального термо-силового навантаження
		3) Визначення концентраторів контактних напружень.

Запропонована автором отримана залежність дозволяє визначити необхідний рівень міцності для навантажень, яких зазнає система диск-лопатка ТРД під час експлуатації.

Конкурентами в нашій роботі є: розробки ТРД інших копманій, таких як «PowerJet», «Rolls-Royce».

7.2. Технологічний аудит

Реалізувати ідею проекту можна за допомогою проектних розрахунків.

В табл. 7.2 проведений аналіз потенційних техніко-економічних переваг даної ідеї у порівнянні з конкурентом №1

Таблиця 7.2 Визначення сильних, слабких та нейтральних характеристик ідеї проекту

№ п/п	Техніко-економічні характеристики ідеї	W	N	S
1.	Грошові витрати		—	Мій проект та конкурент
2	Складність розрахунку	—	—	—
3	Точна оцінка концентраторів напружень	Конкурент	—	Мій проект

Визначення технологічної здійсненності ідеї проекту наведено в табл.

7.3

Таблиця 7.3 технологічна здійсненність ідеї проекту

№ п/п	Ідея проекту	Технологія її реалізації	Наявність технології	Доступність технології
1.	Використання методу скінченних елементів у середовищі програми NX Nastran для дослідження контактних напружень в системі диск-лопатка двигуна Д-436-148	Теоретични й розрахунок	є	є
		Практичне використан ня		
Обрана технологія може бути реалізована				

По показникам характеристики стану ринку можна зробити висновок, що даний проект є рентабельним.

Визначення потенційних груп клієнтів.

Потенційні групи клієнтів можна умовно поділити на первинних та вторинних споживачів продукту. Первинною групою є авіабудівна галузь. Надалі визначимо потенційні групи клієнтів (табл. 7.5)

Таблиця 7.5 Характеристика потенційних клієнтів стартап-проекту

№ п/п	Потреба, що формує ринок	Цільова аудиторія	Відмінності у поведінці потенційних цільових груп клієнтів	Вимоги споживачів до товару
1.	При чисельних розрахунках складно точно визначити контактні напруження, а експериментальні дослідження потребують великих затрат.	Авіабудівна галузь.	Фінанси.	Точність та врахування усіх чинників, які можуть виникнути під час експлуатації.

Після визначення потенційних груп клієнтів проводимо аналіз ринкового середовища, складаємо таблицю факторів, що допоможуть виходу проекту на ринок, та врахування факторів, що цьому можуть перешкодити (табл. 7.6)

Таблиця 7.6 Фактори загроз

№ п/п	Фактор	Зміст загрози	Можлива реакція компанії
1.	Збільшення собівартості	Зменшення попиту використання	Вдосконалення вже існуючих методик
2.	Розробка покращеної методики		

Таблиця 7.7 Фактори можливостей

№ п/п	Фактор	Зміст можливості	Можлива реакція компанії
1.	Не потребує великих затрат на використання	Економність	Достойна оплата праці
2.	Можливість багаторазового використання.	Використання моделі для подальших розрахунків, з урахуванням інших умов.	Перегляд доцільності застосування даної конструкції, її вдосконалення

Надалі проведемо аналіз пропозиції, визначивши загальні риси конкуренції на ринку (табл.7.8).

Таблиця 7.8. Ступеневий аналіз конкуренції на ринку

Особливості конкурентного середовища	В чому проявляється дана характеристика	Вплив на діяльність підприємства
Тип конкуренції олігополія	Невелика кількість підприємств, які ведуть між собою здебільшого нецінову конкуренцію.	Не відрізняється помітним впливом
Національний рівень конкурентної боротьби	Даний ринок достатньо відкритий	Не значний вплив на модернізації галузі
Внутрішньогалузева ознака	Боротьба ведеться між методиками розрахунків	Заощадження коштів в наслідок введення методики
Товаро-родова конкуренція за видом методики	Здатність задовольнити потреби галузі	Не велика кількість конкурентів
Нецінова конкуренція	Підвищення якості методики в порівнянні з іншими	Робота над постійним покращенням методики
Марочна інтенсивність	Розглядаємо в якості конкурентів схожі методики	Незалежність від ринку

Після аналізу конкуренції проводимо більш детальний аналіз умов конкуренції в галузі (табл.7.9).

Таблиця 7.9. Аналіз конкуренції в галузі за М. Портером

Складові аналізу	Прямі конкуренти в галузі	Потенційні конкуренти	Клієнти	Товари-замінники
	PowerJet, Rolls-Royce.	<ul style="list-style-type: none"> • Cicare 	ДП Антонов	Загрози з боку замінників є
Висновки:	Висока конкурентність	Помірний вплив	Диктують умови роботи на ринку. Такі, як час на розрахунок і забезпечення потрібним програмним забезпеченням	Відсутність обмежень від замінників

З огляду на конкурентну ситуацію існує можливість виходу на ринок даної галузі. Щоб бути конкурентоспроможним на ринку даному проекту необхідно розробити програмне забезпечення для швидкісного розрахунку методики.

На основі аналізу конкуренції, проведеного в табл.7.9, а також із урахуванням характеристик ідеї проекту табл.7.2, вимог споживачів до товару табл.7.5 та факторів маркетингового середовища табл.7.6-7.7 визначаємо та обґрунтовуємо перелік факторів конкурентоспроможності. Аналіз оформлюється в табл.7.10.

Таблиця 7.10. Обґрунтування факторів конкурентоспроможності

№ п/п	Фактор конкурентоспроможності	Обґрунтування (наведення чинників, що роблять фактор для порівняння конкурентних проектів значущим)
1	Менша потреба у витратах	Для методики розрахунку мала необхідність в затратах
2	Точність розрахунків	Удосконалення отримання результатів
3	Використання отриманих даних	Максимальне вичерпання ресурсу

За визначеними факторами конкурентоспроможності (табл.4.10) проведемо аналіз сильних та слабких сторін мого стартап-проекту (табл.7.11).

Таблиця 7.11. Порівняльний аналіз сильних та слабких сторін дослідження лопаткового замку типу "ластівчин хвіст" диска ТРД.

№ п/п	Фактор конкурентоспроможності	Бали 1-20	Рейтинг методики у порівнянні з проектом конкурента						
			-3	-2	-1	0	1	2	3
1	Менша потреба у витратах	20				●			
2	Точність розрахунків	20			●				

3	Використання отриманих даних	20					●		
4	Точність розрахунку в проєкті	15					●		

Фінальним етапом ринкового аналізу можливостей впровадження проєкту є складання SWOT-аналізу (матриці аналізу сильних (Strength) та слабких (Weak) сторін, загроз (Troubles) та можливостей (Opportunities) (табл.7.12) на основі виділених ринкових загроз та можливостей, та сильних і слабких сторін (табл.7.11).

Перелік ринкових загроз та ринкових можливостей складається на основі аналізу факторів загроз та факторів можливостей маркетингового середовища. Ринкові загрози та ринкові можливості є наслідками впливу факторів, і, на відміну від них, ще не є реалізованими на ринку та мають певну ймовірність здійснення.

Таблиця 7.12. SWOT- аналіз стартап-проєкту

Сильні сторони: Безпечне вичерпання ресурсу елементів	Слабкі сторони: відсутність програмної підтримки методики
Можливості: завоювання всієї галузі	Загрози: розробка точнішої методики

На основі SWOT-аналізу розробляються альтернативи ринкової поведінки для виведення стартап-проєкту на ринок та орієнтовний оптимальний час їх ринкової реалізації з огляду на потенційні проєкти конкурентів, що можуть бути виведені на ринок.

Визначені альтернативи аналізуються з точки зору строків та ймовірності отримання ресурсів (табл.7.13).

Таблиця 7.13. Альтернативи ринкового впровадження стартап-проекту

№ п/п	Альтернатива ринкової поведінки	Ймовірність отримання ресурсів	Строки реалізації
1	Публічне ознайомлення, перевірка з існуючими методиками (аналогами), державне затвердження	Висока	5 місяці
2	Публічне ознайомлення, перевірка на справжньому експерименті, державне затвердження	Середня	2 роки

Із зазначених альтернатив виберемо першу, бо отримання ресурсів є більш простим та ймовірним а строки реалізації – більш стислими.

7.3. Розроблення ринкової стратегії проекту

Розроблення ринкової стратегії першим кроком передбачає визначення стратегії охоплення ринку: опис цільових груп потенційних споживачів (табл.7.14).

Таблиця 7.14. Вибір цільових груп потенційних споживачів

№ п/п	Опис профілю цільової групи потенційних клієнтів	Готовність споживачів сприйняти продукт	Орієнтовний попит в межах цільової групи	Інтенсивність конкуренції в сегменті	Простота входу у сегмент
1	ДП Антонов	Повністю готові	Високий	Середня	Просто

Для роботи в обраному сегменті ринку необхідно сформувати базову стратегію розвитку (табл.7.15).

Таблиця 7.15. Визначення базової стратегії розвитку

Обрана альтернатива розвитку проекту	Стратегія охоплення ринку	Ключові конкурентоспроможні позиції відповідно до обраної альтернативи	Базова стратегія розвитку
Альтернативна	Охоплення на 50-60 %	Конк.№1 та Конк.№2	Спеціалізація

Далі виберемо стратегію конкурентної поведінки (табл.7.16).

Таблиця 7.16. Визначення базової стратегії конкурентної поведінки

Чи є проект «першопроходцем» на ринку?	Чи буде компанія шукати нових споживачів, або забирати існуючих у конкурентів?	Чи буде компанія копіювати основні характеристики то-вару конкурента, і які?	Стратегія конкурентної поведінки
Ні	Так	Копіювати лише загально використані ідеї	Стратегія заняття галузі

Результатом даного підрозділу є узгоджена система рішень щодо ринкової поведінки стартап-компанії, яка визначатиме напрями роботи стартап-компанії на ринку:

- використання в проекті сучасних технологій;
- напрям роботи лише у заданій ніші ринку.

7.4.Розроблення маркетингової програми стартап-проекту

Першим кроком є формування маркетингової концепції товару, який отримає споживач. Для цього у табл.7.17 підсумуємо результати попереднього аналізу конкурентоспроможності товару.

Таблиця 7.17. Визначення ключових переваг концепції потенційного товару

№ п/п	Потреба	Вигода, яку пропонує товар	Ключові переваги перед конкурентами
1	Не потребує великих затрат на розрахунки	Зменшення собівартості	Достойна оплата праці
2	Підвищений попит у галузі авіабудування	Альтернатива експериментальним дослідженням	Збільшення кількості працівників

Далі визначаємо оптимальну систему збуту, в межах якого приймається рішення (табл.7.18).

Таблиця 7.18. Формування системи збуту

Специфіка закупівельної поведінки цільових клієнтів	Функції збуту, які має виконувати постачальник товару	Глибина каналу збуту	Оптимальна система збуту
Одноразова покупка	Інформування	Глибока	Державне затвердження методики

Останньою складовою маркетингової програми є розроблення концепції маркетингових комунікацій, що спирається на попередньо обрану основу для позиціонування, визначену специфіку поведінки клієнтів (табл.4.19).

Таблиця 7.19. Концепція маркетингових комунікацій

Специфіка поведінки цільових клієнтів	Канали комунікацій, якими користуються цільові клієнти	Ключові позиції, обрані для позиціонування	Завдання рекламного повідомлення	Концепція рекламного звернення
Комунікабельні	Мережа інтернет, наукові праці	Реклама методики на конференціях	Розширення цільових клієнтів	Показати, що наша методика краща та доцільніша

Результати маркетингового дослідження:

- даний стартап-проект є актуальним, тому що може вивести машинобудівну галузь на наступну сходинку
- мала кількість конкурентів
- унікальність ідеї
- впровадження в ринок є абсолютно доцільним, прибутковим.

Висновки

В роботі знайдено рішення всіх проблем, що виникають при створенні в середовищі Femap / Nastran скінченно-елементних моделей диска газотурбінного двигуна з встановленими на ньому лопатками.

1. З метою значного скорочення обчислювальних зусиль, необхідних для проведення розрахунків, запропоновано розглядати не весь диск з лопатками, а тільки сектор диска з одним лопатковим замком, в якому встановлена лопатка. При цьому враховано, що теоретичне навантаження на кожен такий сектор диска з лопаткою - однакове. Тому можна вважати, що в диску ТРД реалізується повна циклічна симетрія: і геометрична, і фізична (властивості матеріалу в секторах - ідентичні), і за умовами навантаження.

2. Так як поверхні перерізу диска працюють при абсолютно однакових умовах, то переміщення в усіх напрямках в парах протилежних вузлів (парах циклічної симетрії) повинні бути однакові по кожному напрямку. Таким чином, циклічна симетрія може моделюватися завдяки створенню зв'язку між парами вузлів. Необхідне відповідне, щоб на цих поверхнях розсічення диска скінченно-елементні сітки (СЕС) були ідентичні.

Автоматизоване створення такої СЕС виявилось проблемою. В результаті здійсненого пошуку і численних експериментів встановлено, що СЕС з ідентичною на поверхнях геометрії сіткою можна створити в автоматизованому режимі лише в середовищі HyperMesh. При цьому спочатку створюється поверхнева СЕС, а потім на її основі - тривимірна. У такому варіанті HyperMesh створює тільки тетрагональні СЕ і тільки 1-го порядку апроксимації (4 вузли).

3. У FEMAP є інструмент, який формально підходить і для задання умов циклічної симетрії, але рівняння зв'язку переміщень двох вузлів вводяться

окремо. Так як в моделі диска ТРД таких вузлів - сотні, а в кожному - по три ступені свободи, то введення рівнянь зв'язку, які задають умови циклічної симетрії в моделі диска ТРД, стає надзвичайно трудомісткою операцією.

Проблему запропоновано вирішити таким чином. Як виявилось, практично всі пакети програм передають завдання на рахунок з препроцесора в процесор через файл, який створюється в текстовому форматі. Є і ще один варіант створення файлу текстового формату: формат збереження / імпорту інформації про проект, наприклад, через формати .NEU, .UNV, .PAT з FEMAP. Тому виникає можливість модифікувати такий файл, вставивши в нього відповідний текст, який можна сформувати в спеціально створеній програмі.

У зв'язку з цим для завдання умов циклічної симетрії в диску ТРД в середовищі MS Visual C ++ 6.0 була створена спеціальна програма з назвою Symmetry, яка дозволяє швидко створити необхідну текстову вставку в файл формату .NEU.

4. Всі запропоновані рішення проблем в роботі перевірені на прикладі створення скінченно-елементної моделі облопаченого диска 2-го ступеня компресора одного з серійних ГТД:

- Створені геометричні моделі сектора диска, лопатки і стопорної пластини;
- З використанням Femap (для лопатки і стопорної пластини) і HyperMesh (лише для сектора диска) в автоматичному режимі створені скінченно-елементні моделі, які відповідають вимогам циклічної симетрії;
- З використанням програми Symmetry (в автоматизованому режимі) введено умови між ступенями свободи вузлів – пар циклічної симетрії;

- Проведено модельні скінченно-елементні моделі, довівши правильність прийнятих рішень (відсутність фатальних помилок, рівність знайдених величин у вузлах– парах циклічної симетрії диска).

- Проведено маркетингове дослідження економічної доцільності проекту, та його конкурентоспроможність на ринку.

Список літератури

1. Расчет на прочность деталей машин: Справочник / И.А. Биргер, Б.Ф. Шорр, Г.Б. Иосилевич. – М.: Машиностроение, 1979. – 702 с.
2. Скубачевский Г.С. Авиационные газотурбинные двигатели, конструкция и расчет деталей. 8-е изд. – М.: Машиностроение, 1996. – 532 с.
3. Кузнецов Н.Д., Цейтлин В.И. Эквивалентные испытания газотурбинных двигателей. – М.: Машиностроение, 1976. – 213 с.
4. Ясуо Накамура, Сусума Такахаси. Анализ возникающих под действием центробежных сил напряжений в соединении типа "ласточкин хвост". Нихон кикай гаккай ромбунсю, 1985. – т. А51. – № 466. – С. 1620-1630.
5. Журавлев Ю.А., Пестрецов А.А. Особенности расчета напряженного состояния замков компрессоров с широким ободом. / В кн. Прочность элементов авиационных конструкций. Уфа: Уфимск. авиац. ин-т, 1988. № 2. – С. 88-91.
6. Горохов М.Ю., Гецов Л.Б., Кутырев В.В., Голубовский Е.Р. Расчетно-экспериментальное исследование несущей способности модельных вращающихся дисков. СПбГПУ, ЦИАМ им. Баранова, ВИАМ, 2003.
7. Гецов Л.Б., Марголин Б.З., Федорченко Д.Г. Определение запасов прочности деталей энергоустановок при использовании расчетов МКЭ. – ГОУ СПбГПУ, ЦНИИ КМ "Прометей", Энергомашкорпорация, 2003.
8. Медведев М.М. Расчетно-экспериментальные методы LMS International для ускоренной разработки ГТД / LMS International, 2008.

9. Портер А.М., Букатый С.А., Водолагин А.Л. Исследование малоциклового долговечности валов и дисков гтд в зависимости от длительности действия максимальных напряжений в цикле нагружения. НПО "Сатурн" (техн. отчет).

10. Иванов А.В. Установление и управление ресурсом авиационного двигателя при эксплуатации по техническому состоянию. ФНПЦ ММП "Салют" (техн. отчет).

11. Жермен П. Курс механики сплошных сред. Общая теория / Пер. с фр. В.В. Федулова. – М.: Высш. шк., 1983. – 399 с.

12. Оден Дж. Конечные элементы в нелинейной механике сплошных сред / Пер. с англ. А.М. Васильева; Под ред. Э.И. Григолюка – М.: Мир, 1976. – 464 с.

13. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. / Пер. с англ. Б.И. Квасова; Под ред. Н.С. Бахвалова. – М.: Мир, 1986. – 318 с.

14. Рудаков К.М. Чисельні методи аналізу в динаміці та міцності конструкцій: Навч. посібник. – К.: НТУУ „КПІ”, 2007. – 379 с.: іл.

15. Метод конечных элементов в механике твердых тел / Под общ. ред. А.С. Сахарова и И. Альтенбаха. – К.: Вища шк. Головное изд-во, 1982. – 480 с.

16. Рудаков К.М. Ефективні алгоритми розв’язання тривимірних крайових задач механіки деформованого твердого тіла методом скінчених елементів // Автореф. дис... докт. техн. наук. К.: НТУУ „КПІ”, 1996. – 34 с.

17. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике. Для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984. – 831 с.

18. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела: Учеб. пособие для вузов. – М.: Наука, 1988. – 712 с.

19. Хан Х. Теория упругости: Основы линейной теории и ее применения / Пер. с нем. Е.А. Когана; Под ред. Э.И. Григолюка. – М.: Мир, 1988. – 344 с.

20. Колтунов М.А., Кравчук А.С., Майборода В.П. Прикладная механика деформируемого твердого тела: Учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Высш. шк., 1983. – 349 с.
21. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. – М.: Мир, 1987. – 542 с.
22. Bathe K-J. Finite Element Procedures. / Prentice-Hall, Inc., 1996. – 1037s.
23. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике / Пер. с англ.; Под ред. Б.Е. Победри. – М.: Мир, 1975. – 541 с.
24. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. The Finite Element Method. Fifth Edition. Volume 1: The Basis. / Oxford: Butterworth Heinemann, 2000. – 689 s.
25. Бате К., Вилсон Е. Численные методы анализа и метод конечных элементов / Пер. с англ. А.С. Алексеева и др.; Под ред. А.Ф. Смирнова. – М.: Стройиздат, 1982. – 448 с.
26. Резонансные колебания циклически симметричной системы с учетом динамической неоднородности, обусловленной различием характеристик демпфирования подсистем / В.В. Матвеев, А.П. Зиньковский // Пробл. прочности, 1980. – № 6. – С. 82-86.
27. Рудаков К.М. FEMAP. Геометричне та скінченно-елементне моделювання конструкцій у MSC.visualNastran for Windows: Посібник. К.: НТУУ "КПІ", 2005. – 218 с., іл..
28. Рудаков К.Н., Шакиб Хамед. Разработка методики расчетов дисков газотурбинных двигателей методом конечных элементов в трехмерной постановке. Вестник НТУУ "КПИ". Машиностроение, 2008. № 53. – С. 88-94.